

BIOLOGIYA VA TIBBIYOTDAGI BA'ZI MATEMATIK MODELLAR HAQIDA

Mamurov Boboxon Jo'raevich

Buxoro davlat universiteti dotsenti

Bozorova Dilfuza Shavkat qizi

Buxoro davlat universiteti magistri

<https://doi.org/10.5281/zenodo.7392199>

Annotatsiya. Bu maqolada biologiya va tibbiyotdagi ba'zi matematik modellar qaraladi. Modellar orqali biologiya va tibbiyotning masalalari differentsial tenglamalarga va chiziqli bo'lmagan operatorlarga (jumladan, kvadratik stoxastik operatorlarga) olib kelinadi. Mazkur modellardan differentsial tenglamalar va kvadratik stoxastik operatorlar nazariyasidan o'qiladigan ma'ruzalarda ularning tadbirlari sifatida ham foydalanish mumkin.

Kalit so'zlar: Ekologik tizim, populyatsiya, model, differentsial tenglama, simpleks, irsiyat koeffitsenti.

О НЕКОТОРЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ В БИОЛОГИИ И МЕДИЦИНЕ

Аннотация. В данной статье рассматриваются некоторые математические модели в биологии и медицине. С помощью моделей задачи биологии и медицины сводятся к дифференциальным уравнениям и нелинейным операторам (в том числе к квадратичным стохастическим операторам). Эти модели могут быть использованы в качестве их приложений в лекциях по теории дифференциальных уравнений и квадратичных стохастических операторов.

Ключевые слова: Экологическая система, популяция, модель, дифференциальное уравнение, симплекс, коэффициент наследственности.

ABOUT SOME MATHEMATICAL MODELS IN BIOLOGY AND MEDICINE

Abstract. This article reviews some mathematical models in biology and medicine. Through of these models, the problems of biology and medicine are brought to differential equations and nonlinear operators (including quadratic stochastic operators). These models can also be used as their applications in the theory of differential equations and quadratic stochastic operators.

Keywords: Ecological system, population, model, differential equation, simplex, heredity coefficient.

KIRISH

Hozirgi vaqtda butun jahon bo'ylab matematika fanining biologiya faniga qo'llash dolzarb masalalardan biri hisoblanib kelmoqda. Shu munosabat bilan mazkur yo'nalishda bir qator ilmiy izlanishlar olib borilmoqda. Bunga o'zbek va xorijlik olimlarning hissalarini katta. Yuqorida keltirilganlarni inobatga olgan holda mazkur maqolada mualliflar tomonidan biologiya va tibbiyotdagi ba'zi matematik modellar tahlil qilingan. Asosan matematik modellashtirishlar orqali biologiya va tibbiyotning masalalari xususiy hosilali yoki oddiy differentsial tenglamalar yoki chiziqli bo'lmagan operatorlarni (jumladan, kvadratik stoxastik operatorlarga) o'rganishga olib kelinadi. Maqolada, keltirilgan modellardan (turli biologik jarayonlarning matematik modellari nazarda tutilmoqda) bakalavriyat talabalari va magistr'larga differentsial tenglamalar va kvadratik stoxastik operatorlar nazariyasidan o'qiladigan ma'ruzalarda, xususan biologik va tibbiyot masalalarini tadbirlari sifatida ham foydalanish mumkin.

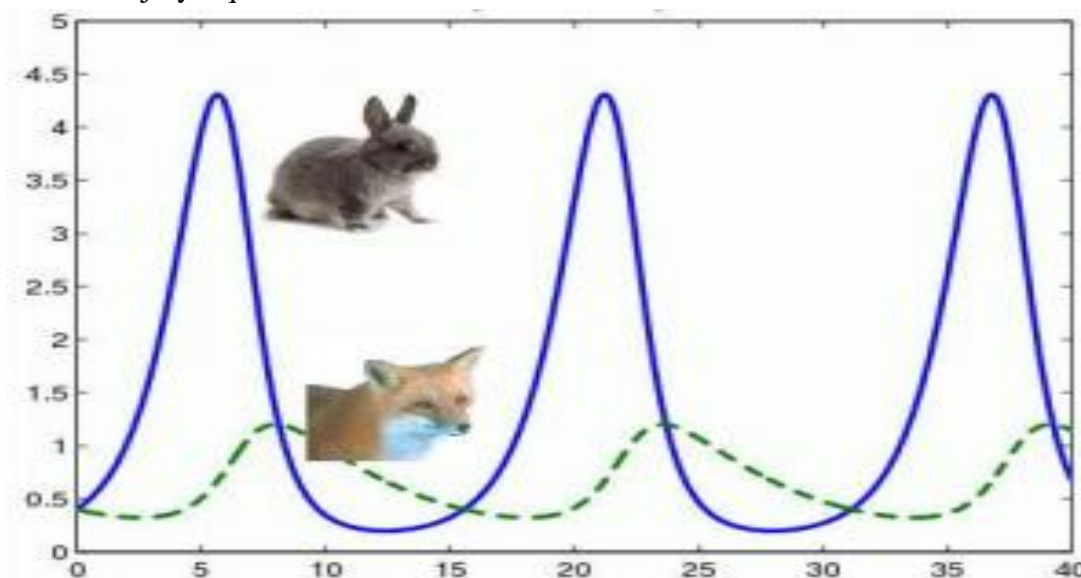
ASOSIY QISM

Oddiy yirtqich-o'lja modeli

Oddiy ekologik tizimning yirtqich - o'lja munosabatlarini modellashtirish muammosi matematik biologiyada (ekologiyada) chiziqli bo'lmagan differensial tenglamalar tizimini qo'llash bilan boshlanadi.

Yopiq ekologik tizimda (ya'ni tizimga yoki undan tashqariga migratsiyaga yo'l qo'yilmaydi) hayvonlarning faqat ikki turi mavjud bo'lsin: yirtqich va o'lja. Ular oddiy oziq-ovqat zanjirini hosil qiladi, bu yerda yirtqich turlari, o'lja turlarini ovlaydi, o'ljani esa o'simliklar boqadi.

O'lja-yirtqich sikllari



Ikki populyatsiyaning kattaligini ikkita chiziqli bo'lmagan birinchi tartibli differensial tenglamalarning oddiy tizimi bilan tavsiflanishi mumkin.

$x(t)$ o'lja turlarining populyatsiyasini, $y(t)$ esa yirtqich turlarning populyatsiyasini bildirsin. U holda

$$\begin{aligned} \dot{x} &= ax - \alpha xy \\ \dot{y} &= -by + \beta xy \end{aligned} \quad (1)$$

tenglama o'rinli bo'ladi, bu yerda a, b, α, β - manfiy bo'lmagan o'zgarmaslar.

Agar yirtqichlar bo'lmasa ($y=0$ bo'lganda), o'lja populyatsiyasi eksponensial ravishda o'sib ketadi. O'ljalari bo'lmasa ($x=0$ bo'lganda), yirtqichlar ochlikka duchor bo'lardi.

IMMUN TIZIMNING PARAZIT-MEZBON MODEL

Mezbon ichidagi parazit dinamikasi jihatidan P – parazit yukining hajmini ifodalaydi, bu jon boshiga o'sadigan stavka r va immunitet tizimining faol tarkibiy qismlari tomonidan iste'mol qilinadi. Quyidagi o'rinli bo'ladi.

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dt} &= rP - If(P), \\ \frac{dI}{dt} &= eIf(P) - \delta I \end{aligned} \quad (2)$$

bu yerda r, e, δ - manfiy bo'lmagan o'zgarmaslar.

Immunitet ko'payishi parazitlar anti-gen bilan aloqa qilish orqali rag'batlantiriladi e darajasi, va immunitet tizimining faol komponenti δ darajasida parchalanadi. Muhim

tomonlaridan biri shundaki, (2) kabi model formulalari viruslar va bakteriya kabi mikroparazitlar tomonidan infeksiyalarni eng aniq aks ettiradi.

Infeksiya makroparazitlar tomonidan chaqirilganda mezbon ichida ko'paymasa, bu hol dinamikasi aniqroq modellashtiriladi:

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dt} &= G - If(P), \\ \frac{dI}{dt} &= eIf(P) - \delta I, \end{aligned} \quad (3)$$

bu yerda G, e, δ ba'zi bir manfiy bo'lmagan o'zgaruvchilar. G esa, parametr mezbon parazitlarining infeksiya bilan kasallanish tezligi.

Mezbon ichidagi dinamika qaysi formuladan foydalanilganiga juda bog'liq, ammo har qanday holatda ham funksional javob tizim dinamikasi uchun kalit hisoblanadi.

Populyatsiyalarning o'zaro ta'sir qiluvchi uchta modeli

Biz modellashtirmoqchi bo'lgan ekotizm uch turdagi oziq zanjiri bo'lib, unda eng past darajadagi o'lja x_1 , ular x_2 – o'rta darajadagi turlar tomonidan o'lja qilinadi, x_2 lar esa, o'z navbatida yuqori darajadagi yirtqichlar x_3 lar tomonidan o'lja qilinadi. Bunday uch turdagi ekotizimlarga quyidagi misollar kiradi.



Sichqon



Ilon



Boyqush



O'simliklar



Quyón



Silovsin



Quyón



Robin



Lochin

Kolmogorov tizimi

Kolmogorov tizimi tomonidan modellashtirilishi mumkin bo'lgan uchta o'zaro ta'sir qiluvchi populyatsiyani ko'rib chiqamiz. Quyidagi tenglamalar sistemasi o'rinli bo'ladi.

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_1 f_1(x_1, x_2, x_3), \\ \frac{dx_2}{dt} &= x_2 f_2(x_1, x_2, x_3) \\ \frac{dx_3}{dt} &= x_3 f_3(x_1, x_2, x_3), \\ x_1(0) &\geq 0, x_2(0) \geq 0, x_3(0) \geq 0, \end{aligned} \quad (4)$$

bu yerda $f_i(x_1, x_2, x_3), i = 1, 2, 3$. Bunday modellar biologiyada, masalan oziq –ovqat zanjiri modellari sifatida paydo bo'ladi.

Uchta o'zaro ta'sir qiluvchi yirtqich-o'lja populyatsiyalari modellarida qaraiylik.

(4) sistema ham ikki, ham uch tropic darajali sistema sifatida qaraladi.

$x_1(t)$ tomonidan tasvirlangan populyatsiya har doim o'lja bo'ladi, populyatsiya raqobatchilar yoki yirtqichlar bo'lmagan taqdirda ko'payadi. $x_3(t)$ har doim tizim ichida faqat oziqlanuvchi yirtqich bo'ladi.

Ta'rif. $p(t)$ populyatsiya uchun $p(0) > 0$ va $\lim_{t \rightarrow \infty} p(t) > 0$ bo'lsa, populyatsiya davomiy(bardavom) deyiladi. Agar populyatsiyaning har bir komponenti davomiy bo'lsa, tizim davomiy deyiladi.

Epidemik modellar

$S(t)$ — infeksiyalanushga moyillar soni, $I(t)$ — populyatsiyadagi kasallanganlar soni va $R(t)$ - populyatsiyadan chiqarib tashlanganlar soni (sog'ayganlar, o'lganlar, shifoxonaga yotqizilgan yoki infeksiya joyidan olib chiqilganlar soni) bo'lsin.

Agar aholining umumiy soni N bo'lsa,

$$S(t) + I(t) + R(t) = N = const$$

SIS modeli: ushbu modellarda yuqtirgan odam tuzaladi va bizning modelimiz $\gamma I(t)$ tezlikda yana sezgir bo'ladi va

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= -\beta SI + \gamma I, \\ \frac{dI}{dt} &= \beta SI - \gamma I \end{aligned} \quad (5)$$

bo'ladi.

SIR model: bu modellarda, yuqtirilgan odam tuzalib ketadi va $\gamma I(t)$ tezligida yana sezgir bo'lib qoladi, shunda bizning modelimiz quyidagicha bo'ladi.

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= -\beta SI \\ \frac{dI}{dt} &= \beta SI - \gamma I, \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I \end{aligned} \quad (6)$$

Genetik populyatsiya

Biologik populyatsiyani, ya'ni ko'payish bilan bog'liq yopiq organizmlar jamoasini qaraymiz. Ushbu populyatsiyadagi har bir alohida tur (genotip) $1, \dots, m$ turlaridan biriga tegishli

deb faraz qilamiz. $p_{ij,k}$ – i va j turlardagi shaxslarning oʻzaro taʼsiri natijasida k shaxsning hosil boʻlish ehtimolligi boʻlsin. Unga nasl qoldirish koeffitsiyenti deyiladi. Bundan tashqari $p_{ij,k} \geq 0$, barcha i, j, k lar uchun va

$$\sum_{k=1}^m p_{ij,k} = 1, i, j, k = 1, \dots, m.$$

Populyatsiya holati vektori (x_1, x_2, \dots, x_m) – turlarining ehtimilligi, x_k populyatsiyadagi k turning ulushi.

Erkin populyatsiya holatida i, j ota-onalaridan, $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ $x_i x_j$ ehtimollik bilan hosil qilinadi.

Demak, turlarning umumiy ehtimoli I birinchi avlod uchun quyidagicha aniqlanadi

$$x'_k = \sum_{i,j=1}^m p_{ij,k} x_i x_j, k = 1, \dots, m.$$

$S^{m-1} = \{x \in R^m: \text{barcha } i \text{ lar uchun, } x_i \geq 0 \sum_{i=1}^m x_i = 1\}$ – $(m-1)$ - oʻlchovli simpleksni qaraymiz.

Taʼrif. S^{m-1} ning oʻzini- oʻziga akslantiruvchi V akslantirish kvadratik stoxastik operator (QSO) deyiladi, agar

$$(Vx)_k = \sum_{i,j=1}^m p_{ij,k} x_i x_j,$$

har qanday $x \in S^{m-1}$ va barcha $k = 1, \dots, m$ uchun oʻrinli boʻlsa. Bu yerda

$$p_{ij,k} = p_{ji,k} \geq 0 \text{ va barcha } i, j \text{ uchun } \sum_{i,j=1}^m p_{ij,k} = 1.$$

Shu oʻrinda qisqacha genlar haqida maʼlumot berib oʻtamiz. Aksariyat hollarda genlar ikkitadan koʻproq allellarga ega boʻlishini kuzatish mumkin. Bunday holatlar koʻp allellik deyiladi. Koʻp allellikka bundan boshqa misol qilib, masalan qon guruhleri allellarini keltirish mumkin boʻladi. Insondagi O, A, B, AB qon guruhini I^O, I^A, I^B allellarni oʻzaro taʼsiri belgilaydi. A va BO larga nisbatan dominant hisoblanadi, A bilan B bir-biriga esa taʼsir etmaydi. Shuni uchun toʻrt xil fenotiplar paydo boʻladi: $O = \{I^O I^O\}$, $A = \{I^A I^A, I^A I^O\}$, $B = \{I^B I^B, I^B I^O\}$ hamda $AB = \{I^A I^B\}$. Agar ota-onalar O qon guruhiga ega boʻlishsa, ularni farzandlari ham faqat shu qon guruhiga ega boʻladi. Agar otasi A qon guruhiga ega boʻlsa, onasi esa qanday qon guruhiga ega boʻlishidan qatʼiy nazar farzandi O yoki B qon guruhlariga ega boʻlmaydi. Shularga asosan yuridik jihatdan otalik huquqini tekshirib koʻrish mumkin.

Inson qonidagi rezus omil – Rh oʻn birdan ortiq allel genlarini saqlovchi autosoma lokuslarida joylashgan. Shundan 8 tasi fenotipda yaqqol namoyon boʻladi. Evropaliklarni sakson besh foizi (hindu va osiyoliklarni toʻqson sakkiz foizidan ortigʻi) rezusga ega, shuni uchun ular rezus-musbatdir (Rh^+). Rezusi boʻlmagan qolgan 16% (afrikaliklarni 7%) kishilarni rezus-manfiy (Rh^-) hisoblanadi. Statistik boʻlgan bu hisoblar shuni koʻrsatadiki rezus omilining sakkiz variantidan faqat ikkitasi fenotipda namoyon boʻlayapti, demak bu lokusda yana boshqa genlar ham mavjud. Bitta lokus orqali aniqlanadigan belgilarni oddiy boʻlgan belgilar, bir nechta lokus orqali aniqlanadigan genlar murakkab boʻlgan belgilar deyiladi.

Genlarni statistik taʼsirlarini organizmni umumiy jamoasida koʻrish (bir xil turga kiruvchi) mumkin. Bunday jamoalarni populyasiya deb ataladi. Biologiyada fanga kiritilganligini boʻyicha ochiq va yopiq populyasiyalar farqlanadi. Ochiq populyasiyada migratsiya qilish

imkoni mavjud, ya'ni bu populyasiyaga boshqa populyasiya vakningillari (shu tur populyasiyasi) kirishi yoki chiqishi g'am mumkin. Yopiq populyasiyada migratsiya bo'lishi mumkin emas, bu erda yangi organizm faqat mutatsiya asosida paydo bo'lishi mumkin.

Ayni davrda bizga migratsiya qilish yoki qilolmaslik muhim bo'lmaydi, balki migrantning kirish yoki chiqish balansi, ya'ni ochiq populyasiyada yopiqlik effekti muhimdir. Effektlili yopiq populyasiyani o'rganaylik. Populyasiya yashab turgan joy areal, yashash muhitlari esa (ozuqa, areal, ob-havo xarakteristikallari va hokazo) esa ekologik nisha deyiladi.

Populyasiyalarni faqatgina makon emas, balki vaqtni ham chegaralaydi. Demak, har bir populyasiya ma'lum bir muddatlarda mavjud bo'ladi. Bularga sabab juftlashish orqali kechadigan reproduksiyadir. Juftlashish erkin yoki ma'lum chegaralar asoslarida kiradi. Masalan, odamlar orasida ota-onalar va farzandlar o'rtasida yoki tug'ishgan opa- ukalar orasidagi nikoh mumkin emas.

XULOSA

Yuqorida hamda [1-23] maqolalarda keltirilgan modellardan differentsal tenglamalar va kvadratik stoxastik operatorlar nazariyasidan o'qiladigan ma'ruzalarda, ularning tadbirlari sifatida ham foydalanish mumkin. Bu esa, o'tilgan nazariy materialni chuqurroq tushunish imkonini beradi. [24-46] ilmiy izlanishlarda ham biologik jarayonlarning, xususan populyasiya masalalarini matematik modellari qaralgan. Modellarning analitik va sonli echimlari topilgan va tahlil qilingan.

REFERENCES

1. Мамуров Б.Ж., Жураева Н.О. Комбинаторика haqidagi dastlabki ko'nikmalarni shakllantirish. "Science and education" scientific jurnal, oktober 2021/volume 2, Issue 10,pp 497-505.
2. Мамуров Б.Ж., Жураева Н.О. Комбинаторик munosabatlar va ularning geometrik isbotlari haqida. Pedagogik mahorat. 2021, oktyabr. Maxsus son. 20-23-bet.
3. Мамуров Б.Ж., Абдуллаев Ж. Регрессионный анализ как средство изучения зависимости между переменными // European science. 2021. № 2 (58). С. 7-9.
4. Мамуров Б.Ж., Жураева Н.О. О первом уроке по теории вероятностей. Вестник науки и образования, № 18 (96). Часть 2. Москва, 2020, -37-39 стр
5. Mamurov B, Amrilloeva K. Tasodifiy hodisa tushunchasi haqida. Scientific progress. №2. 2021, -463-467
6. Мамуров Б.Ж., Жураева Н.О. О роли элементов истории математики в преподавании математики. Abstracts of X International Scientific and Practical Conference Liverpool, United Kingdom 27-29 May, 2020. С. 701-702.
7. Мамуров Б.Ж. Неравномерной оценки скорости сходимости в центральной предельной теореме для симметрично зависимых случайных величин. Молодой учёный. 197:11 (2018). С. 3-5.
8. Мамуров Б.Ж., Бобокулова С. Теорема сходимости для последовательности симметрично зависимых случайных величин. Academy. 55:4 (2020). Pp. 13-16.
9. Mamurov B.J., Rozikov U.A. On cubic stochastic operators and processes. Journal of Physics: Conference Series. 697 (2016), 012017.

10. Mamurov B.J., Rozikov U.A., Xudayarov S.S. Quadratic stochastic processes of type (σ/μ) . arXiv: 2004.01702. Pp. 1-14. math.D.S
11. Mamurov B.J. A central limit theorem for quadratic chains with finite enotypes. Scientific reports of Bukhara State University. 1:5,2018. Pp. 18-21.
12. Мамуров Б.Ж., Сохибов Д.Б. О неподвижных точек одного квадратичного стохастического оператора. Наука, техника и образование. 2021. №2 (77). Часть 2.Стр.10-15.
13. Мамуров Б.Ж., Жураева Н.О. О историзм в процессе обучения математике. Вестник науки и образования. 2020. №17 (95). Часть 2. 70-74 стр.
14. Мамуров Б.Ж. Эволюционные уравнения для конечномерных однородных кубических стохастических процессов. Bulletin of Institute of Mathematics, 2019. №6, pp.35-39.
15. Мамуров Б.Ж. О кубических стохастических процессов. Тезисы докладов межн. конфер. CODS-2009. С.72.
16. Mamurov B.J., Rozikov U.A. and Xudayarov S.S. Quadratic Stochastic Processes of Type (σ/μ) . Markov Processes Relat.Fields 26, 915-933 (2020).
17. Мамуров Б.Ж. О решения эволюционных уравнений для кубических стохастических процессов. Сборник материалов международной конференции КРОМШ-2019. 305-307 стр.
18. Мамуров Б.Ж.,Шарирова М. Об одном квадратичном стохастическом операторе в S^2 . “Scientific Progress”. Int.sientoific-Pract.conf.Tashkent.2021,March 15. Стр.121-122.
19. Мамуров Б.Ж.,Шарирова М. Об одном квадратичном стохастическом операторе в S^2 . Тезисы рес.науч.конф.”Сарымсаковские чтения”, Тошкент-2021.стр.100-101.
20. Mamurov B.Zh. The convex combinations of quadratic operators on S^2 . Abstracts of the VII inter.conf.Modern prob.of applied mat.inf.tex.Al-Khwar.21.pp,87.
21. Mamurov B.J. Inter faol usullarni qo`llab kombinatorika elementlariga doir masalalar yechish. “Science and education” scientific jornal,januvry 22. volume 3, Issue 1.
22. Мамуров Б.Ж., Абдуллаев Ж. Анализ факторов, влияющих на экспортную деятельность предприятий-экспортеров в Бухарской области Республики Узбекистан. “Science and education” scientific journal, march 2022, volume 3, Issue 3.
23. Мамуров Б.Ж., Жураева Н.О. Метод траектории при доказательстве некоторых биномиальных тождеств. Образование и науке XXI веке. №25,2022.
24. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Роль математики в биологических науках // Проблемы педагогики, № 53:2 (2021), с. 7-10.
25. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Математические модели и законы в биологии // Scientific progress, 2:2 (2021), p.870-879.
26. Расулов Х.Р. О некоторых символах математического анализа // Science and Education, scientific journal, 2:11 (2021), p.66-77.
27. Расулов Х.Р. О понятие асимптотического разложения и ее некоторые применения // Science and Education, scientific journal, 2:11 (2021), pp.77-88.
28. Xaydar R. Rasulov. On the solvability of a boundary value problem for a quasilinear equation of mixed type with two degeneration lines // Journal of Physics: Conference Series 2070 012002 (2021), pp.1–11.

29. Rasulov X.R. Sayfullayeva Sh.Sh. Buzilish chizig'iga ega bo'lgan elliptik tipdagi tenglamalar uchun qo'yiladigan chegaraviy masalalar haqida // Science and Education, scientific journal, 3:3 (2022), p.46-54.
30. Rasulov, R. X. R. (2022). Иккита перпендикуляр бузилиш чизиғига эга бўлган аралаш типдаги тенглама учун чегаравий масала ҳақида. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 22(22).
31. Rasulov X.R., Sayfullayeva Sh.Sh. Ikkita buzilish chizig'iga ega elliptik tenglama uchun chegaraviy masalaning yechimi haqida // Models and methods for increasing the efficiency of innovative research, Germany, 10 (2022), p. 184-186.
32. Rasulov X.R., Sayfullayeva Sh.Sh. Ikkita buzilish chizig'iga ega giperbolik tipdagi tenglama uchun Koshi masalasi haqida // «Zamonaviy ta'lim tizimini rivojlantirish va unga qaratilgan kreativ g'oyalar, takliflar va yechimlar», 35-sonli Respublika ilmiy-amaliy on-line konferensiyasi, 2022, 192-195 b.
33. Rasulov X.R., Sayfullayeva Sh.Sh. (2022) Ikkita buzilish chizig'iga ega kvazichizikli elliptic tenglama uchun chegaraviy masala haqida // Central Asian Academic Journal Of Scientific Research, 2(5), 544-557 b.
34. Rasulov, R. X. R. (2022). Бузилиш чизиғига эга бўлган квазичизикли аралаш типдаги тенглама учун Трикоми масаласига ўхшаш чегаравий масала ҳақида. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 18(18).
35. Rasulov, X. (2022). Краевые задачи для квазилинейных уравнений смешанного типа с двумя линиями вырождения. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 8(8).
36. Rasulov, X. (2022). Об одной краевой задаче для нелинейного уравнения эллиптического типа с двумя линиями вырождения. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 18(18).
37. Rasulov, X. (2022). О динамике одной квадратичной динамической системы с непрерывным временем. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 18(18).
38. Rasulov, X. (2022). Об одном краевом задаче для квазилинейного уравнения эллиптического типа с двумя линиями вырождения. Центр научных публикаций (buxdu.Uz).
39. Rasulov, X. (2022). Об одной задаче для вырождающейся квазилинейного уравнения гиперболического тип. Центр научных публикаций (buxdu.Uz).
40. Rasulov, R. X. R. (2021). Boundary value problem in a domain with deviation from the characteristics for one nonlinear equation of a mixed type. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 7(7).
41. Rasulov, R. X. R. (2022). Analysis of Some Boundary Value Problems for Mixed-Type Equations with Two Lines of Degeneracy. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 18(18).
42. Rasulov, R. X. R. (2022). Квази чизикли гиперболик турдаги тенглама учун Коши масаласи. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 18(18).
43. Rasulov, X. (2021). Краевая задача для одного нелинейного уравнения смешанного типа. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 7(7).
44. Rasulov Kh.R. (2018). On a continuous time F - quadratic dynamical system // Uzbek Mathematical Journal, №4, pp.126-131.

45. Rasulov X.R. (2020). Boundary value problem for a quasilinear elliptic equation with two perpendicular line of degeneration // *Uzbek Mathematical Journal*, №3, pp.117-125.
46. Расулов Х.Р. Об одной нелокальной задаче для уравнения гиперболического типа // XXX Крымская Осенняя Математическая Школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам. Сборник материалов международной конференции КРОМШ-2019, с. 197-199.