SCIENCE AND INNOVATION
INTERNATIONAL SCIENTIFIC JOURNAL VOLUME 1 ISSUE 8
UIF-2022: 8.2 | ISSN: 2181-3337

IKKI ZARRACHALI DISKRET SHRYODINGER OPERATORINING XOSSASI HAQIDA

Hayitova Mohidil Alijon qizi
Buxoro davlat universiteti magistri

https://doi.org/10.5281/zenodo.7434045

Annotatsiya. *Maqolada Shryodinger ijodi, Gilbert fazosi va ikki zarrachali diskret Shryodinger operatori $h(k)$ to'g'risida qisqacha ma'lumotlar keltirilgan. $h(k)$ ning T^d Gilbert fazosida davriy haqiqiy qiymatli funksiyalar va yadroli integral operatorlar yordamida ko'rinishi keltirib chiqarilgan. Uning zarracha massasi va unitar operatorlar orqali berilgan tenglikka oid xossaning isboti ham keltirilgan.*

Kalit so'zlar: *Gilbert fazosi, ikki zarrachali diskret Shryodinger operatori, yadroli integral operatori, davriy haqiqiy qiymatli funksiya, zaracha massasi, unitar operatorlar.*

О СВОЙСТВАХ ДВУХЧАСТИЧНОГО ДИСКРЕТНОГО ОПЕРАТОРА ШРЕДИНГЕРА

Аннотация. *В статье дается краткая информация о творчестве Шредингера, пространстве Гильберта и двухчастичном дискретном операторе Шрёдингера $h(k)$. Представление $h(k)$ в пространстве T^d Гилберта выводится с использованием периодических функций с действительным значением и интегральных операторов ядра. Также дано доказательство его массы частицы и свойства равенства, задаваемого унитарными операторами.*

Ключевые слова: *пространство Гильберта, двухчастичный дискретный оператор Шредингера, ядерный интегральный оператор, периодическая вещественнозначная функция, масса частицы, унитарные операторы.*

ON THE PROPERTIES OF THE TWO-PARTICLE DISCRETE SCHROEDINGER OPERATOR

Abstract. *The article is about the creation of Schrodinger, Hilbert space and two brief information on particle dicrete Schrodinger operator $h(k)$. $h(k)$ in the T^d Hilbert space of periodic real-value functions and nucleated the appearance using integral operators is caused by its particle proof of property pertaining to equality given by mass and unitary operators listed.*

Keywords: *Hilbert space, two-particle discrete Schroodinger operator, core integral operator, periodic real-time function, particle mass, unitary operators.*

KIRISH

Maqolada Ervin Shryodingerning hayoti va ijodi haqida batafsil ma'lumotlar keltirilgan. Bundan tashqari, Gilbert fazosi va ikki zarrachali diskret Shryodinger operatori $\mathrm{h(k)}$ to'g'risida qisqacha ma'lumotlar bayon qilingan. $\mathrm{h(k)}$ ning $\mathrm{T^d}$ Gilbert fazosida davriy haqiqiy qiymatli funksiyalar va yadroli integral operatorlar yordamida ko'rinishi keltirib chiqarilgan [1-6]. Uning zarracha massasi va unitar operatorlar orqali berilgan tenglikka oid xossaning isboti ham berilgan. SHuningdek, Shryodinger operatorining amaliy tadbiqlari, uning oddiy va xususiy hosilali differensial tenglamalar bilan bog'liqligi haqida tahliliy ma'lumotlar bayon qilingan [7-41].

ASOSIY MATN

XX asrning eng buyuk fizik olimlaridan Ervin Shryodinger 1887-yil 12-avgustda Venada tug‘ilgan. Otasi Rudolf Shryodinger kleyonka ishlab chiqarish fabrikasining xo‘jayini bo‘lgan. Badavlat oila boshlig‘i bo‘lgan Rudolf Shryodinger mohir rassom va botanika fanining o‘z mamlakatida ko‘zga ko‘ringan bilimdoni ham bo’lgan. Ervin Shryodinger oilada yagona farzand bo‘lib, boshlang‘ich ta’limni otasi Rudolfning o‘zi bergan. O‘qishni, yozishni va arifmetikani otasidan o‘rgangan, u haqida doim «charchoqni bilmaydigan ustoz va do‘st» deb ta’riflar berilgan. Sababi otasi doim og‘li Ervinning har qanday savollariga to’liq va batafsil, tushunarli qilib javob bergan.

Shryodinger 1898-yilda Venaning Akademik Gimnazyasiga o’qishga qabyl qilinadi. 8 yil mobaynida gimnaziyada ta’lim olib, bitiruv hujjatlariga ko‘ra, yunon, lotin mumtoz adabiyot, matematika, fizika va kimyo fanlaridan gimnaziyada eng yuqori rekord ballar bilan bitirgan. O‘sha yillari hamma o‘qituvchilari uni yoki shoir, yoki, yozuvchi bo‘ladi degan fikrda bo‘lishgan. Chunki, Shryodinger lotin, yunon tillarini va adabiyotni mukammal bilgani bilan ajralib turgan. Uning shoir sifatidagi mashqlari ham uncha-muncha yetuk shoirlardan qolishmagan. Lekin, bularning barchasi – o‘rta maktab bitiruvchisining bolalik qiziqishlari bo’lib qolib ketgan. Chunki, 1906-yild Vena universitetining fizika fakultetiga o‘qishga kirib, faoliyatini aniq fanlar bilan bog’lagan. Universitetda professor F. Gazenerlning ajoyib ma’ruzalari orqali olgan bilimlari Shryodingerga chuqur taassurot bergani va unda ajoyib g‘oyalarning uyg‘onishiga turtki bergan.

1910-yilda Shryodinger bira to‘la doktorlik dissertatsiyasini himoya qilib, universitetni ham a’loga tugatib, shu yerda Frans Eksner ismli fizik olimning assistenti bo’lib ishda qoladi. U mazkur ishda I jahon urushiga qadar ishlab, 1913-yil hamkasbi Kolraush bilan Avstro-Vengriya Imperiyasi Fanlar Akademiyasining Xaytinger mukofotini qo‘lga kiritadi. Bu mukofot radiy elementini tadqiq qilish haqida olib borgan tajribalari natijalari uchun beriladi.

1920-yilda allaqachon 33 yoshni qarshilagan Shryodinger Anna-Mariya Bertel bilan oila quradi. Keyingi yil oz vaqtga Maks Vin huzurida assistentlik qilgan Shryodinger 1922-yildan boshlab Shtutgartga ko‘chib o‘tadi va Shtutgart Texnika Universitetida adyunkt-professor unvoni bilan fizikadan dars beradi. Lekin bu yerda ham uzoq vaqt qola olmaydi. Faqatgina bir bosqich dars bergadi, so’ng Breslau (hozirgi Polshadagi Vroslav shahri)ga borib ishlaydi. 1923-yil boshida Shveytsariyaga boradi va Syurix universitetida fizika kafedrasida ish boshlaydi. U vaqtda yaqindagina ishdan bo‘shagan Albert Eynshteynning o‘rniga fizika professori lavozimiga tayinlanadi.

Kvant nazariyasi 1900-yilda M. Plank tomonidan mutlaq qora jismning nurlanishi va uning harorati bilan orasidagi bog‘liqlik masalasini o‘rganish to’g’risida shakllangan bo‘lib, uning xulosalari o‘sha zamon fizikasi (hozirgi zamon uchun ham) uchun ziddiyatlarga to‘la bo’lgan. Kvant fizikasi yangi fan sohasi sifatida paydo bo‘lganda, uning ilmiy masalalari bilan Nils Bor, Ernest Rezerford kabi yetuk fiziklar qatorida olim Albert Eynshteyn ham shug‘ullana boshlagan. Hammaning diqqat-e’tiborini aynan shu sohaga qaratishga undagan. Avvaliga shunchaki nazariy model va toza matematik faraz sifatida qarab kelingan kvant hodisalari aslida borliqning asosini tashkil qilishi borgan sari aniq bo‘lib bordi. Kvant miqyosidagi fizik hodisalarga an’anaviy fizikadan ma’lum qonuniyat va formulalarni qo‘llab bo‘lmasdi. Bu fizika butunlay boshqa yondoshuvni talab qilar va paradoks g‘oyalari bilan olimlar o‘rtasida keskin bahs-munozaralar paydo qilardi.

De Broylning ilmiy maqolasi e'lon qilinganidan so'ng, unga Eynshteyn yo'llagan izohlardan so'ng Shryodinger elektronlarning to'lqin tabiatiga bog'liq mulohazalarni Bor taklif qilayotgan atom modeligako'ra qo'llab ko'rishga ahd qildi. Boshqacha qilib aytganda, u shunday qilib kvant nazariyasi va mumtoz fizikani o'zaro tutashtirishgaharakatni boshlab berdi. Bu paytda mumtoz fizikada to'lqinlar tabiatiga oid yetarlicha bilim yig'ilgan, lekin, kvant hodisalarning to'lqin tabiati uchun bu fikrlar kamlik qilayotgandi.

Shryodingerning 1925-yilda amalga oshirgan dastlabki urinishi muvaffaqiyatsizlikka uchradi. Shryodingerning bu omadsiz nazariyasida elektronlarning tezligi yorug'lik tezligiga teng bo'lgani sabab Eynshteyn o'rtaga tashlagan umum nisbiylik nazariyasi tamoyillarini ham inobatga olishni talab qilardi, ya'ni juda katta tezliklarda elektronning massasi ortib ketishi kerak bo'lardi. Bu esa, ham kvant nazariyasiga va mumtoz fizikaga zid bo'lgan. Shryodingerning o'sha dastlabki urinishidagi omadsizlikning zamiridagi sabablaridan eng asosiysi elektronning xos xususiyati – spinga ega ekanligini hisobga olmaganligida bo'lgan.

Shryodinger keyingi urinishni 1926-yilda amalga oshirdi. Bu gal elektronlarning tezligini juda past qiymatli qilib olib ko'rdi va shu bilan umum nisbiylik nazariyasini ham e'tiborga olish masalasini istisno qildi. Bu holatda Shryodingerning mashhur to'lqin tenglamasi keltirib chiqarilgan. Bu tenglamaga ko'ra materiyaning matematik bayoni to'lqin funksiyasi atamalariga asosan keltiriladi. Shryodinger nazariyasini «to'lqin nazariyasi» deb nomlagan. Uning taqdim etgan tenglamasi va uning yechimi eksperimental kuzatuvlar orqasidan juda katta muvaffaqiyat bilan to'g'ri chiqdi va kvant nazariyasining keyingi rivoji uchun ta'sir ko'rsatdi.

Shryodingerning to'lqin nazariyasi ma'lum qilinishidan biroz avval, boshqa bir yetuk fiziklar guruhi – Verner Geyzenberg Maks Born va Jordan Pasqualning kvant nazariyasi "matritsali mexanika" deb nomlangan boshqa bir talqini muhokamaga tashlangan edi. Bunda kuzatilayotgan kattaliklarning jadval ko'rinishiga asoslanib, matritsa ko'rinishida ifodalanishiga ko'ra ayrim matematik amallarni bajarish mumkin edi va ushbu "matritsali mexanika" kvant nazariyasiga ko'ra kuzatish va eksperimentlar bilan aniqlikda mos kelgan. Lekin, Shryodingerning to'lqin mexanikasidan farqli ravishda matritsali mexanikaning bir muhim nuqsoni bor edi: bunda fazoviy koordinatalar va vaqtni hisobga olinmagan bo'lib, bu haqida aniq mulohazaning o'zi keltirilmagan edi. Matritsali mexanika tarafdorlari va uning "otasi" Geyzenberg nazariya doirasida bu parametrlarni inobatga olish kerakligi haqidagi barcha fikrlarga keskin qarshilik qilgan. Lekin matritsali mexanika ixlosmandlari bu model uchun vaqt va fazo koordinatalarini eksperimental yo'l bilan aniqlashlari mumkin.

Shryodinger o'zining to'lqin tenglamasida bu parametrlarni e'tiborga olgani bilan muvaffaqiyatli yurish qildi. Lekin, uning o'zi kvant mexanikasi doirasida to'lqin nazariyasi va matritsali mexanika g'oyadan birini muhim va boshqasini keyingi darajaga surib qo'yish kerak degan fikrga qarshi bo'lgan. Ervin Shryodinger o'zi ixtiro qilgan to'lqin nazariyasi va Geyzenbergning matritsali mexanikasi bir muammoga ikki yondoshuv va ikki yechim ekanini ta'kidlagan. Ular o'zaro matematik ekvivalent ekanini Shryodingerning o'zidan juda ko'p eshitish mumkin edi.

Haqiqatan ham keyinchalik kvant mexanikasi nomi bilan birlashgan ushbu ikki muhim nazariya kvant hodisaning mohiyati borasidagi ko'p yillar kutilgan savollarga javoblarni bera boshladi. Lekin Shryodingerning o'zi to'lqin funksiyasi va matritsalarni o'zaro teng ko'rish kerakligini ta'kidlasa ham amalda ko'p fiziklar nima bo'lganda ham to'lqin nazariyasining nisbatan qulayroq ekanini e'tirof qila boshlashdi. Ko'pchilikning nazarida to'lqin funksiyasining matematik apparati soddaroq va tushunarliroq boʻldi va aksincha Geyzenbergning matritsalari murakkabroq bo’lganligi uchun unga kamroq murojaat qilindi.

Toʻlqin nazariyasi muvaffaqiyatidan soʻng Shryodingerning ilm-fan borasidagi obroʻsi keskin oshib ketdi. Uni kvant fizikasining eng ilg’or olimlaridan biri sifatida Yevropa butun qismining ilmiy jamiyati e’tirof eta boshladi.

Bu vaqtda kvant fizikasining otasi hisoblangan Maks Plank Berlin universitetida dars o’tardi va allaqachon nafaqaga chiqish payti kela boshlagandi. Plank bu yillarda Berlin universiteti nazariy fizika kafedrasiga mudirlik qilardi. Nafaqaga chiqish haqidagi fikrlarga binoan u oʻzining oʻrniga munosib nomzod ham qidirib yurgandi. Nazariy fizika olamida yarq etibko’zga tashlangan yosh olim Shryodinger Plankning nazarida aynan oʻzi qidirgan olim boʻlib koʻrindi va uni Berlinga chaqirdi. Olim hech ikkilanmay Maks Plankning taklifini qabul etdi va Berlinga bordi.

Geyzenberg va Shryodingerning oʻzaro matematik matritsali va toʻlqin nazariyalari katta muvaffaqiyat bilan e’lon qilingandan koʻp vaqt oʻtmay yana bir olim fizik Pol Dirakning umumlashtirilgan va Eynshteynning umumiy nisbiylik nazariyasini ham katta muvaffaqiyat bilan tadbiq qilgan kvant nazariyasi kashf etildi. Dirak nazariyasida kvant mexanikasi uchun yanada qulay va kuchli matematik asosga ega muhim formula taklif etilgan boʻlib, bu formulani ixtiyoriy tezlik bilan harakatlanayotgan ixtiyoriy zarrachaga sinab ko’rilsa boʻladi.

Shuningdek Dirak taklif etgan nazariyada elektronning magnit xossalari uchun qandaydir qoʻshimchalar kiritish shart emas edi va bu parametrlar ortiqcha matematik amallarsiz ham umumiy kvant mexanikasida bitta tenglamaga joylashtirilgandi. Ustiga-ustak Dirak nazariyasi kvant fizikasida va umuman ilm-fanda rivojlanuvchi bir gʻoyaning yuzaga qalqib chiqishiga asos boʻldi. Ya’ni borliqda muayyan turdagi har qanday zarrachaga mos ravishda, uning antizarrasi ham mavjud boʻlib, ushbu zarra va antizarra juftligi elektr zaryadi ishorasiga koʻra oʻzaro qarama-qarshi boʻlar ekan, ya’ni elektron manfiy zaryadga ega boʻlib, unga muvofiq musbat zaryadli xuddi shunday zarra mavjud boʻlishi kerak. Chindan ham Dirak taklif qilgan ushbu nazariya e’lon qilingach koʻp oʻtmay elektronning qarama-qarshi ishorali antizarrasi – “pozitron” zarrasi kashf qilingan.

Albatta, Dirakning kvant nazariyasi haqidagi ishlari Shryodinger va Geyzenbergdan ham muvaffaqiyatli chiqdi. Lekin Dirak ham oʻz ilmiy mulohazalarida Shryodinger va Geyzenberg ilgari surgan tamoyillarga asoslangan va busiz Dirakning nazariyasi mukammal boʻlmasdi. Shunga koʻra Dirak, Geyzenberg va Shryodinger bir-birini toʻldirgan desak ham boʻladi.

Kvant nazariyasi ulkan muvaffaqiyat bilan chiqqach bu haqida yirik ilmiy ishlarni amalga oshirgan olimlar birma-bir eng oliy ilmiy doiralarda e’tirof etila boshlandi. Ya’ni Shryodinger kvant nazariyasining eng yetuk olimlaridan biri deya tan olindi. Buning isboti sifatida, uning Pol Dirak bilan birga 1933-yilda fizika boʻyicha Nobel mukofotiga sazovor boʻldi.

Albert Eynshteyn va Lui de Broyl bilan birga Ervin Shryodinger kvant mexanikasining Kopengagenning izohiga qarshi olimlar qatorida boʻlgan. Kopengagen izohi deyilishining sababi uning asosiy tamoyillarini Kopengagenda yashagan va ishlagan yirik fizika olimi Nils Bor shakllantirgani. Nils Bor ham kvant nazariyasi rivoji uchun ko’p ishlarni amalga oshirgan. Shryodingerda esa Kopengagenning izohida determinizm yoʻqligi ikkilantirgan. Kopengagenning izohida Geyzenbergning noaniqlik tamoyili asos qilib olingan edi.

Shryodinger Kopengagen izohini inkor etib, uni mavjud real voqelikni ifodalash uchun yetarli emas deb hisoblagan va Kopengagen izohi qoʻshimcha sifatida tan olinishi mumkin deb hisoblangan. Olim materiyaning kvant xossalarini to'lqin nazariyasi terminiga asoslangan holda izohlashga urinib kelgan. Lekin baribir Kopengagen izohi muvaffaqiyatliroq bo'lib chiqdi va Shryodinger Eynshteyn va de Broyl birgalikdagi fikrlari inkor etildi.

Shryodinger ilmiy izlanishlardan tashqari Maks Plankdan qolgan Berlindagi nazariy fizika kafedrasini ancha yil boshqardi. Uning rahbarligida universitetda fizika bo'yicha ilmiy ishlari soni sezilarli oshgan va ajoyib shogirdlari ilm olib chiqqan edi. Shryodingerni shogirdlari bilan do'stona munosabati barchani hayron qoldirardi. Yosh talabalarga u nafaqat o'qituvchi balki, do'st va hamkor va muntazam yordam ko'rsatib kelgan. O'zi boy oilada katta bo'lgani va hayotida hech ham moddiyat tomonidan qiynalmagani bilan lekin musofir talabalarga mablag' tomondan yordam ko'rsatish kerakligini juda yaxshi bilgan. Shogirdlarining ilmiy eksperimentlari uchun o'zi moliyalashtirib, kerakli vaqtda zarur uskuna va adabiyotlarni sotib olishlari uchun yetarlicha moddiy yordam berib turgan.

Jiddiy qiyofali professor olim bo'lishi bilan birgalikda, madaniy hordiq chiqarishni ham o'rniga qo'ya oladigan, xushchaqchaq fe'li uyg'onib qolganda talabalar bilan xuddi ular bilan tengdoshdek hazillar qilib ketaveradigan shaxs bo'lgan. O'ziga yaqin shogirdlari bilan ko'p tabiat qo'yniga yokida, Bolqon tog'laridagi pansionatlarga dam olishlargaga chiqardi.

Ammo 1933-yil kelgach, olim Berlindan ketishga majbur bo'lgan. Sababi bu vaqtda, Germaniyada natsistlar hukumat tepasiga kelgan bo'lib, mamlakat bo'ylab yoppasiga qatag'onlar avj olgandi. Fashistlar eng avvalo yahudiy millatiga mansub bo'lgan odamlarni ta'qib qilishar va ularga nisbatan ayovsiz munosabatda bo'lar edi. Lekin Shryodinger o'zi yahudiy bo'lmasa-da, bo'layotgan ishlar uni juda qayg'uga solardi. Bunday siyosatni ma'qullamaydigan olim mamlakatdan chiqib ketishni istadi. Uni g'azablantirgan voqea 1933-yilda Berlinda kunduz kuni gavjum ko'chaning markazida olimning eng yaxshi ko'rgan shogirdlarining birini yahudiy bo'lgani uchun sazoyi qilinishi bo'ldi. Shundan so'ng, Shryodinger Germaniyada ortiq qola olmasligini aniq anglab yetdi va Angliyaga – Oksford universitetiga ketdi. Shryodinger o'ziga Nobel mukofotining loyiq ko'rilgani haqida Oksfordga yetib kelgach bildi.

Shryodinger Oksfordda uch yil davomida faoliyat olib bordi. 1936-yilda uni o'z vatani Avstriyaga ya'ni Grats universitetiga ishga taklif etildidi. Shryodinger bu taklifni qabul qilishga ko'p ikkilandi va Avstriyaga borish-bormaslikni ancha mulohaza qilib, ko'p ikkilanishlardan keyin mazkur taklifni qabul qildi va Grats universitetida fizika professori bo'lib ish boshladi.Ammo ko'p o'tmay bu qaroridan afsuslandi. Sababi fashistlar 1938-yilning erta bahorida Avstriyada ham «anshlyus» qilishdi ya'ni, Avstriya Germaniya tarkibiga kiritildi. Shryodinger vataniga qadam kirgan fashistlar bilan murosa qilmadi va Italiyaga ketishga majbur bo'ldi. Italiya orqali esa, olim Irlandiya tomonga yo'l oldi va Dublindagi fundamental tadqiqotlar institutida nazariy fizik professor unvoni bilan ish boshladi.

E. Shryodinger ilmiy faoliyati aynan Dublinda o'tgan davrini anchayin rivojlangan va sokin yillari sifatida xotirlab kelgan. Bu yerda olim 17 yil faoliyat olib borgan va ko'pincha o'zining mashxur to'lqin nazariyasini kengaytirish ustida izlanishlar o'tkazishlar mashg'uloti bilan mashg'ul bo'lgan. Shuningdek umumiy nisbiylik nazariyasi borasida doimo tahlil va kuzatuvlar olib borgan. Bu yillarda yana o'z ilmiy faoliyatidagi dastlabki yillarida boshlagan termodinamikgaa va statistik fizikaga doir izlanishlariga ham qaytgan, hamda bu borada ham ko'plab yutuqlarni qo'lga kiritganini e'tirof etish kerakdir.

1945-yilda germanlar mag'lubiyatga uchrab, urush tugagach ozod bo'lgan Avstriya hukumati Shryodingerni mamlakatga qaytishga unday boshlaydi.Ammo, urushdan keyin ham bir necha yil davomida Avstriya Sovet qo‘shinlarining siyosiy ta’sirida bo‘lgani sababli, Shryodinger baribir vatanga qaytishga ikkilanib qolaveradi. Faqatgina 1956-yildagina Venaga qaytishga qaror qiladi va unga darhol Vena universitetidagi nazariy fizika kafedrasi rahbarligi beriladi. Shryodinger umrining oxirigacha bu lavozimda ishlab ilmiy tadqiqotlarini davom ettiradi (A.V.Sobolev, Commun. Math. Physc., 156 (1993), p.101-126).

Ta’rif: Cheksiz o’lchami to’la Yevklid fazosiga Gilbert fazosi deyiladi.

Ixtiyoriy $f, g, \varphi, \dots$ elementlaning H to’plami Gilbert fazosi bo’lsa, quyidagi 3 ta shartni qanoatlantiradi:

1) H-Yevklid fazosi bo’lsa ya’ni skalyar ko’paytma kiritilgan chiziqli fazo;

2) $\rho(x,y) = \sqrt{(x-y, x-y)}$metrika ma’nosida H to’la fazo;

3) H – cheksiz o’lchamli ya’ni unda cheksiz elementli chiziqli erkli sistema mavjud.

$T = (-\pi, \pi)$, $L_2(T^d) - T^d$da berilgan barcha kvadratik integrallarning Gilbert fazosi bo’lsin. Standart Furye almashtirishdan foydalanish

$$\mathfrak{I}: L_2((T^d)^2) \to l_2((Z^d)^2)$$

va bevosita integral bo’laklanish, h operatorning spektral xossalarini o’rganishni, T^d Gilbert fazosida bajaruvchi $h(k)$ operatorlar oilasining spektral xossalarini o’rganishga kamaytirish natijasida, $L_2(T^d)$ formula bo’yicha $h(k)$ operator quyidagicha bo’ladi:

$$h(k) = h_0(k) - V.$$

Bu yerda $h_0(k)$operator

$$\varepsilon_k(x) = l_1\varepsilon_1(x) + l_2\varepsilon_2(x+k)$$

funksiyaga teng. $\varepsilon_k(x), k = 1; 2$ - davriy haqiqiy qiymatli funksiyalar.

$$\varepsilon_1(x) = \sum_{i=1}^{d}(1 - \cos x_i)$$

$$\varepsilon_2(x+k) = \sum_{i=1}^{d}(1 - \cos(x_i + k_i))$$

$V - \vartheta(x-s)$ning yadroli integral operatori va quyidagiga teng:

$$Vf(x) = \int_{T^3} V(x-s)f(s)ds = \int_{T^3} \left(\mu_0 + \mu_1 \sum_{i=1}^{3} \cos(x_i - s_i)\right) f(s)ds.$$

Faraz qilaylik $d = 3$ bo’lsin, $h(k)$operator umumiy holatda quyidagi ko’rinishda tasvirlanadi:

$$h(k)f(x) = h_0(x)f(x) - vf(x) =$$
$$= l_1 \sum_{i=1}^{3}(1 - \cos x_i) + l_2 \sum_{i=1}^{3}(1 - \cos(x_i - k_i))f(x) -$$
$$- \int_{T^3} \left(\mu_0 + \mu_1 \sum_{i=1}^{3} \cos(x_i - s_i)\right) f(s)ds$$

Teorema. Ixtiyoriy $k \epsilon T^3$ da quyidagi tenglik o’rinli:

$$h(k) = \frac{l_1}{l_1 + l_2} h(0) + \frac{l_2}{l_1 + l_2} U_k^{-1} h(0) U_k \quad (1)$$

bunda U_k^{-1} va U_k unitar operatorlar.

Isbot. Faraz qilaylik, $h(0) \geq 0$ bo'lsin, $h(k)$ni quyidagicha yozib olamiz:

$$h(k) = h_0(k) - V$$

Bizga ma'lumki:

$$h_0(k)f(x) = \varepsilon_k(k-x)f(x)$$

$\varepsilon_k(x)$funksiya quyidagiga:

$$\varepsilon_k(x) = l_1\varepsilon_0(x) + l_2\varepsilon_0(x-k)$$

va $\varepsilon_0(x)$ va $\varepsilon_0(x-k)$ lar esa quyidagilarga teng:

$$\varepsilon_0(x) = \sum_{i=1}^{3}(1-\cos x_i),$$

$$\varepsilon_0(k-x) = \sum_{i=1}^{3}(1-\cos(x_i-k_i)),$$

$\varepsilon_k(x)$ni $\varepsilon_0(x)$ va $\varepsilon_0(k-x)$lar bo'yicha ifodalaymiz:

$$\varepsilon_k(x) = l_1\sum_{i=1}^{3}(1-\cos x_i) + l_2\sum_{i=1}^{3}(1-\cos(x_i-k_i)) =$$

$$= (l_1+l_2)\left[\frac{l_1}{l_1+l_2}\sum_{i=1}^{3}(1-\cos x_i) + \frac{l_2}{l_1+l_2}\sum_{i=1}^{3}(1-\cos(x_i-k_i)\right] =$$

$$= \frac{l_1}{l_1+l_2}\left[l_1\sum_{i=1}^{3}(1-\cos x_i) + l_2\sum_{i=1}^{3}(1-\cos x_i)\right] +$$

$$+\frac{l_2}{l_1+l_2}\left[l_1\sum_{i=1}^{3}(1-\cos(x_i-k_i) + l_2\sum_{i=1}^{3}(1-\cos(x_i-k_i)\right].$$

Yuqoridagi belgilashlarga ko'ra,

$$\varepsilon_k(x) = \frac{l_1}{l_1+l_2}\varepsilon_0(x) + \frac{l_2}{l_1+l_2}\varepsilon_0(x-k)$$

natijaga erishamiz.

$h_0(k)$ ga $f(x)$ni ta'sir qildirib quyidagi tenglikka ega bo'lamiz:

$$h_0(k)f(x) = \varepsilon_k(x-k)f(x) = U_k^{-1}h(0)U_kf(x)$$

U_k^{-1} va U_k unitar operatorlar va

$$U_k^{-1}f(x) = f(x-k)$$

$$U_k^{-1} * U_k = I.$$

Ta'rif: Agar $U \to H_1 : H_2$chiziqli akslantirish barcha $x\epsilon H_1$ lar uchun

$$\|Ux\|H_2 = \|x\|H_1$$

munosabat o'rinli bo'lsa va $D(U) = H_1$, $D(U) = H_2$bo'lsa, u holda U ga unitar operator deyiladi.

Yuqoridagi tengliklardan $h_0(k)f(x)$ quyidagi ko'rinishga keladi:

$$h_0(k)f(x) = \frac{l_1}{l_1+l_2}h_0(0)f(x) + \frac{l_2}{l_1+l_2}h_0(k)f(x) =$$

$$= \left\{\frac{l_1}{l_1+l_2}h_0(0) + \frac{l_2}{l_1+l_2}U_k^{-1}h(0)U_k\right\}f(x) \qquad (2)$$

$Vf(x)$ni quyidagicha yozib olamiz:

$$Vf(x)=\int\limits_{T^3}\left(\mu_0+\mu_1\sum_{i=1}^{3}\cos(x_i-s_i)\right)f(s)ds=$$
$$=\int\limits_{T^3}\frac{l_1}{l_1+l_2}(\mu_0+\mu_1\sum_{i=1}^{3}\cos(x_i-s_i))+$$
$$+\int\limits_{T^3}\frac{l_2}{l_1+l_2}(\mu_0+\mu_1\sum_{i=1}^{3}\cos(x_i-s_i))f(s)ds=$$
$$=\frac{l_1}{l_1+l_2}Vf(x)+\frac{l_2}{l_1+l_2}U_k^{-1}VU_kf(x).$$

$U_k^{-1}VU_kf(x)$ni $Vf(x)$ga tengligini ko'rsatamiz:

$$U_k^{-1}VU_kf(x)=U_k^{-1}Vf(x+k)=U_k^{-1}\left(\int\limits_{T^3}V(x-s)f(s+k)ds\right)=$$
$$=U_k^{-1}\int\limits_{T^3}V((x+k)-(s+k))f(s+k)ds.$$

$s+k=t$ belgilash kiritamiz:

$$U_k^{-1}\int\limits_{T^3}V(x+k-t)f(t)dt=$$
$$=\int\limits_{T^3}V(x-k+k-t)f(t)dt=\int\limits_{T^3}V(x-t)f(t)dt=Vf(x).$$

(2) va (3) ga ko'ra (1) natijaga erishamiz:

$$h(k)=h_0(k)-V=$$
$$=\frac{l_1}{l_1+l_2}h_0(0)+\frac{l_2}{l_1+l_2}U_k^{-1}h(0)U_k-\left(\frac{l_1}{l_1+l_2}Vf(x)+\frac{l_2}{l_1+l_2}U_k^{-1}VU_k\right)=$$
$$=\frac{l_1}{l_1+l_2}h(0)+\frac{l_2}{l_1+l_2}U_k^{-1}h(0)U_k.$$

Teorema isbotlandi.

XULOSA

Ma'lumki, zamon talablaridan kelib chiqib, hozirgi vaqtda respublikamizda matematika 2020 yildagi ilm-fanni rivojlantirishning ustuvor yo‘nalishlardan deb belgilangan. Xususan, matematika ilm-fani va ta'limini yanada yangi sifat bosqichiga olib chiqishga qaratilgan me'yoriy-huquqiy hujjatlar qabul qilinmoqda. Hujjatlar jumlasiga 2019 yilning 9 iyulida qabul qilingan PQ-4387-sonli «Matematika ta'limi va fanlarini yanada rivojlantirishni davlat tomonidan qo‘llab-quvvatlash, O‘zbekiston Respublikasi Fanlar Akademiyasining V.I.Romanovskiy nomidagi Matematika instituti faoliyatini tubdan takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida» hamda 2020 yilning 7 may kuni PQ-4708-sonli «Matematika sohasidagi ta'lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to‘g‘risida» O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining Qarorilarini keltirib o‘tish mumkin.

Maqolada tavsiya qilingan mavzu keng amaliy ahamiyatga ega bo‘lib, uning tadbiqlari fizik va biologik jarayonlarni o‘rganishga bag‘ishlangan ilmiy izlanishlarga [42-50] qo‘llanilgan. Bundan tashqari, [51-57] da keltirilgan interfaol usullardan operatorlarning xossalarini o’rganishda foydalanish mumkin.

REFERENCES

1. С.Н.Лакаев, М.Э.Мўминов, Т.М.Ф, 135:3 (2003), 478-503 бет.
2. М.Э.Мўминов, О положительности двухчастичного гамильтониана на решетке. 2007, 382-383 бет.
3. Л.Д.Фаддаев, Тр., МИАН, 69 (1983), с.1-122.
4. S.Albeverio, S.N.Lakaev, K.A.Makarov, Z.I.Muminov, Commun. Math. Physc., 262 (2006), p. 91-115.
5. Е.Л.Лакштанов, Р.А.Минлос, Функю анализ и его прилож., 38:3 (2004), 52-69
6. Rasulov, X. (2022). Об одной краевой задаче для нелинейного уравнения эллиптического типа с двумя линиями вырождения. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 18(18).
7. Rasulov X.R., Qamariddinova Sh.R. Ayrim dinamik sistemalarning tahlili haqida // Scientific progress, 2:1 (2021), p.448-454.
8. Rasulov, X. (2022). О динамике одной квадратичной динамической системы с непреривным временем. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 18(18).
9. Rasulov, X. (2022). Об одном краевом задаче для квазилинейного уравнения эллиптического типа с двумя линиями вырождения. Центр научных публикаций (buxdu.Uz).
10. Rasulov, X. (2022). Об одной задаче для вырождающеюся квазилинейного уравнения гиперболического тип. Центр научных публикаций (buxdu.Uz).
11. Rasulov, R. X. R. (2021). Boundary value problem in a domain with deviation from the characteristics for one nonlinear equation of a mixed type. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 7(7).
12. Расулов Х.Р. О понятие асимптотического разложения и ее некоторые применения // Science and Education, scientific journal, 2:11 (2021), pp.77-88.
13. Xaydar R. Rasulov. On the solvability of a boundary value problem for a quasilinear equation of mixed type with two degeneration lines // Journal of Physics: Conference Series 2070 012002 (2021), pp.1–11.
14. Rasulov Kh.R. (2018). On a continuous time F - quadratic dynamical system // Uzbek Mathematical Journal, №4, pp.126-131.
15. Салохитдинов М.С., Расулов Х.Р. (1996). Задача Коши для одного квазилинейного вырождающегося уравнения гиперболического типа // ДАН Республики Узбекистан, 4, с.3-7.
16. Rasulov H. KD problem for a quasilinear equation of an elliptic type with two lines of degeneration // Journal of Global Research in Mathematical Archives. 6:10 (2019), p.35-38.
17. Rasulov X.R. Qualitative analysis of strictly non-Volterra quadratic dynamical systems with continuous time // arXiv e-prints, 2022, arXiv: 2211.06186.
18. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Роль математики в биологических науках // Проблемы педагогики, № 53:2 (2021), с. 7-10.

19. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Математические модели и законы в биологии // Scientific progress, 2:2 (2021), p.870-879.
20. Расулов Х.Р. О некоторых символах математического анализа // Science and Education, scientific journal, 2:11 (2021), p.66-77.
21. Расулов Х.Р. (1996). Задача Дирихле для квазилинейного уравнения эллиптического типа с двумя линиями вырождения // ДАН Республики Узбекистан, №12, с.12-16.
22. Rasulov, R. X. R. (2022). Analysis of Some Boundary Value Problems for Mixed-Type Equations with Two Lines of Degeneracy. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 18(18).
23. Rasulov, R. X. R. (2022). Квази чизиқли гиперболик турдаги тенглама учун Коши масаласи. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 18(18).
24. Rasulov, X. (2021). Краевая задача для одного нелинейного уравнения смешанного типа. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 7(7).
25. Rasulov, R. X. R. (2021). Гиперболик типдаги тенглама учун Коши масаласи. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 7(7).
26. Rasulov, R. X. R. (2022). О краевых задачах для уравнений эллиптического типа с линией искажения. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 8(8).
27. Rasulov, R. X. R. (2022). Иккита бузилиш чизиғига эга бўлган аралаш типдаги квазичизиқли тенглама учун Нейман масаласига ўхшаш чегаравий масала ҳақида. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 18(18).
28. Расулов Х.Р., Рашидов А.Ш. О существовании обобщенного решения краевой задачи для нелинейного уравнения смешанного типа // Вестник науки и образования, 97:19-1 (2020), С. 6-9.
29. Rasulov X.R., Sayfullayeva Sh.Sh. Ikkita buzilish chizig’iga ega giperbolik tipdagi tenglama uchun Koshi masalasi haqida // «Zamonaviy ta’lim tizimini rivojlantirish va unga qaratilgan kreativ g’oyalar, takliflar va yechimlar», 35-sonli Respublika ilmiy-amaliy on-line konferensiyasi, 2022, 192-195 b.
30. Rasulov X.R., Sayfullayeva Sh.Sh. Ikkita buzilish chizig'iga ega elliptik tenglama uchun chegaraviy masalaning yechimi haqida // Models and methods for increasing the efficiency of innovative research, Germany, 10 (2022), p. 184-186.
31. Rasulov X.R., Sayfullayeva Sh.Sh. (2022) Ikkita buzilish chizig’iga ega kvazichiziqli elliptic tenglama uchun chegaraviy masala haqida // Central Asian Academic Journal Of Scientific Research, 2(5), 544-557 b.
32. Rasulov X.R. Sayfullayeva Sh.Sh. Buzilish chizig’iga ega bo’lgan elliptik tipdagi tenglamalar uchun qo’yiladigan chegaraviy masalalar haqida // Science and Education, scientific journal, 3:3 (2022), p.46-54.
33. Rasulov, X. (2022). Краевые задачи для квазилинейных уравнений смешанного типа с двумя линиями вырождения. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 8(8).
34. Rasulov, R. X. R. (2022). Buzilish chizig’iga ega kvazichiziqli elliptik tenglama uchun Dirixle-Neyman masalasi. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 18(18).
35. Rasulov, R. X. R. (2022). Иккита перпендикуляр бузилиш чизиғига эга бўлган аралаш типдаги тенглама учун чегаравий масала ҳақида. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 22(22).

36. Rasulov, R. X. R. (2022). Бузилиш чизиғига эга бўлган квазичизиқли аралаш типдаги тенглама учун Трикоми масаласига ўхшаш чегаравий масала ҳақида. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 18(18).
37. Исломов Б., Расулов Х.Р. (1997). Существование обобщенных решений краевой задачи для квазилинейного уравнения смешанного типа с двумя линиями вырождения // ДАН Республики Узбекистан, №7, с.5-9.
38. Расулов Х.Р., Собиров С.Ж. Задача типа задач Геллерстедта для одного уравнения смешанного типа с двумя линиями вырождения // Scientific progress, 2:1 (2021), p.42-48.
39. Расулов Х.Р. Об одной нелокальной задаче для уравнения гиперболического типа // XXX Крымская Осенняя Математическая Школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам. Сборник материалов международной конференции КРОМШ-2019, с. 197-199.
40. Расулов Х.Р. и др. О разрешимости задачи Коши для вырождающегося квазилинейного уравнения гиперболического типа // Ученый XXI века. 53:6-1, 2019. С.16-18.
41. Rasulov, H. (2021). Boundary value problem for a quasilinear elliptic equation with two perpendicular line of degeneration. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 5(5).
42. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Яшиева Ф.Ю. Икки жинсли популяция ва унинг математик модели ҳақида // Science and Education, scientific journal, 2:10 (2021), p.81-96.
43. Расулов Х.Р., Камариддинова Ш.Р. Об анализе некоторых невольтерровских динамических систем с непрерывным временем // Наука, техника и образование, 77:2-2 (2021) с.27-30.
44. Расулов Х.Р., Джуракулова Ф.М. Об одной динамической системе с не-прерывным временем // Наука, техника и образование, 77:2-2 (2021) с. 19-22.
45. Расулов Х.Р., Ф.М. Джуракулова (2021). Баъзи динамик системаларнинг сонли ечимлари ҳақида // Scientific progress. 2:1, 455-462 бетлар.
46. Расулов Х.Р., Яшиева Ф.Ю. О некоторых вольтерровских квадратичных стохастических операторах двуполой популяции с непрерывным временем // Наука, техника и образование, 77:2-2 (2021) с.23-26.
47. Расулов Х.Р., Яшиева Ф.Ю. Об одном квадратично стохастическом операторе с непрерывным временем // «The XXI Century Skills for Professional Activity» International Scientific-Practical Conference, Tashkent, mart 2021 y., p.145-146.
48. Расулов Х.Р., Камариддинова Ш.Р. Об одной динамической системе с непрерывным временем // «The XXI Century Skills for Professional Activity» International Scientific-Practical Conference, Tashkent, mart 2021 y., p.115-116.
49. Расулов Х.Р., Яшиева Ф.Ю. Икки жинсли популяциянинг динамикаси ҳақида // Scientific progress, 2:1 (2021), p.665-672.
50. Raupova, M. (2021). Математические модели и законы в биологии. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 5(5).
51. Расулов Х.Р., Собиров С.Ж. Модуль қатнашган баъзи тенглама, тенгсизлик ва тенгламалар системаларини ечиш йўллари // Science and Education, scientific journal, 2:9 (2021), p.7-20.

52. Расулов Х.Р., Собиров С.Ж. Айрим рационал тенгламаларни ечишда интерфаол усулларни қўлланилиши ҳақида // Science and Education, scientific journal, 2:10 (2021), p. 586-595.
53. Расулов Х.Р., Собиров С.Ж. Айрим иррационал тенгламаларни ечишда интерфаол усулларни қўлланилиши // Science and Education, scientific journal, 2:10 (2021), p.596-607.
54. Расулов Х.Р., Рашидов А.Ш. Организация практического занятия на основе инновационных технологий на уроках математики // Наука, техника и образование, 72:8 (2020) с.29-32.
55. Расулов Т.Ҳ., Расулов Х.Р. (2021). Ўзгариши чегараланган функциялар бўлимини ўқитишга доир методик тавсиялар. Scientific progress. 2:1, 559-567 бетлар.
56. Rasulov, H. (2021). Funksional tenglamalarni yechish bo‘yicha ba’zi uslubiy ko‘rsatmalar. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 5(5).
57. Rasulov, H. (2021). «Kompleks analiz» fanida mustaqil ta’limni tashkil qilish. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 5(5).