

NAVYE-STOKS TENGLAMALARINI ISSIQLIK JARAYONLARI UCHUN QO'LLANILISHI

Asrorova Zarina Sobirjon qizi

Samarqand shaxar 54-sonli maktab matematika fani o'qituvchisi

<https://doi.org/10.5281/zenodo.7224599>

Annatsiya. Ushbu maqolada Navey-Stoks tenglamalarini issiqlik tenglamalari uchun tadbirlari keltirib o'tilgan.

Kalit so'zlar: issiqlik jarayoni, Navey-Stoks tenglamalari, tenglama yechimi, tenglamalar sistemasi.

ПРИМЕНЕНИЕ УРАВНЕНИЙ НАВИ-СТОКСА ДЛЯ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ

Аннотация. В данной статье даны приложения уравнений Нави-Стокса к уравнениям теплопроводности.

Ключевые слова: тепловой процесс, уравнения Нави-Стокса, решение уравнения, система уравнений.

APPLICATION OF NAVYE-STOKES EQUATIONS FOR HEAT PROCESSES

Abstract. This article presents applications of Navey-Stokes equations for heat equations.

Key words: heat process, Navey-Stokes equations, equation solution, system of equations.

KIRISH

Suyuqliklar oqimi, oqim turlarini o'rganish va izohlashda, oquvchan muhitning o'zaro ta'sirini hamda qattiq jismning tashqi va ichki gidrodinamikasi masalasini yechishda va shunga o'xshash boshqa ko'plab masalalarni o'rganishda yopishqoq suyuqlikning harakat tenglamalari sistemasini va kuchlanishlarini tadqiq qilish talab etiladi. Uzoq vaqt mobaynida bu tenglamalarining analitik yechimi oddiy xususiy masalalarni yechishda ya'ni juda kichik Reynolds sonlarida ularning umumiy xossasi yechimi mavjudligi aniqlangan. Masalan: tekislikdagi yopishqoq oqimining yechimi $Re \ll 5,5$ uyurmali ip bilan ulanganda hosil bo'ladi. Boshqa masalalar uchun bu Reynolds sonlari judayam kichik. Issiqlik energiyasi va ko'plab boshqa sohalarda bunday Reynolds sonlari uchramaydi. Shu sababli ham natijada amaliy muhim masalalarni hisoblashning boshqa usullariga olib keladi va ular orasida shunday topamizki, natijada aniq yechimning imkoniyatlarini kengaytiradi. Yopishqoq oqimining aniq yechimini gidrodinamik va akustik oqimlariga qo'llash imkoniyati ko'rib chiqiladi. Bu usul muhandislik amaliyotida keng qo'llanilishiga olib kelmoqda, lekin taxminiy test hisob kitoblarini hisoblashda foydali hisoblanadi.

Navey-Stoks tenglamalari sistemasini qo'llashning boshqa yo'nalishi turbulent nazariyasining poliempirik tenglamalari yordamida shu sistemaning sonli yechimi hisoblanadi. Bu yo'nalish juda foydali bo'lib, ularni amalga oshirish uchun Fluent, Esi_CFDrc, Flow Vision va boshqa matematik dasturlar ishlab chiqiladi. Olingan natijalar o'zining yaxshi ko'rgazmaliligi bilan xarakterlanadi. Lekin shu vaqtning o'zida natijalar turg'un emas va natijalar qiyoslashni talab qiladi. Shu jumladan tajriba natijalarini ham. Shunday bo'lsa ham ushbu masalalar yechimlarining elektron bazalari doimiy to'ldirilib boriladi va loyihachilar tomonidan qo'llaniladi. Harakat tenglamalarini olishning boshqa yo'nalishini xususiy masalalarning hisob sxemasini tuzish hisoblanadi. Shunday masalalarga misol sifatida turbulent oqimni keltirish mumkin. Shu yo'l bilan olingan natijaning o'ziga xosligi shundan iboratki, olingan yechimda

barcha Reynolds sonlari uchun imkoniyat bo'ladi, ya'ni, turbulenlik hosil bo'ladigan qiymatlarda ham. Buning manosi shundan iboratki kichik Reynolds sonlari klassik yechimlarda fizik jarayon xossalarini xarakterlamaydi va matematik modelning kamchiliklarini ko'rsatadi. Ushbu harakat tenglamalarini olish yo'li to'g'ri hisoblash sxemasini tuzish uchun xususiy jarayonni yaxshiroq tushunishni talab qiladi. Yuqorida qarab chiqilgan muammolar tahlili shuni ko'rsatadiki turli xarakterdagi oqimlarni hisoblash usullarining mavjudligi Reynolds soni bo'yicha chegaralanishning paydo bo'lish sababini, Navye-Stoks tenglamalari barcha xususiy yechimlari sababi mavjudligidan kelib chiqadi. Bu savolga mavjud sabablardan biri shunday farazlarning tahlili javob bo'ladi. Bu faraz assosida o'rtacha ρ bosim hisoblash uchun tenglamaga tegishli. ρ bosimni o'lchash uchun qabul qilingan chiziqli tenglama yordamida qiyoslanib aniqlanadi.

TADQIQOT METODI VA METODOLOGIYASI

Navye-Stoks tenglamasi oquvchan muhitning eng ko'p tarqalgan xususiy holi bo'lgan oqimni bayon qilishga ya'ni yopishqoq Nyuton suyuqligini bayon qilishga mo'ljallangan. Bu tenglamani keltirib chiqishda asos bo'lib Navye kuchlanishlarida yozilgan harakat tenglamasi ya'ni uning kordinata ko'rinishdagi ko'rinishi asos bo'lib xizmat qiladi va u quyidagicha ko'rinishga ega. Navye-Stoks tenglamasi oqim muhitining ko'proq tarqalgan bo'linma xilining oqimini ko'rsatib berish uchun tayinlangan.

$$\begin{aligned} X + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) &= \frac{du_x}{dt} \\ Y + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial p_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) &= \frac{du_y}{dt} \\ Z + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) &= \frac{du_z}{dt} \end{aligned} \quad (1)$$

Bu tenglamaning asosiy xulosasi uchun asos bo'lib koordinatali ko'rinishga ega kuchlanishlarda harakat tenglamasi xizmat qiladi. Bu yerda X,Y,Z-solishtirma massali kuch m^2/s , p_{xx} , p_{yy} , p_{zz} -kordinata o'qida meyoriy kuchlanishning proyeksiyasi Pa, ρ -zichlik kg/m^3 , τ -urinma kuchlanish Pa,

$$\frac{du_x}{dt} = \frac{du_x}{dt} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2}$$

$x; u_x, u_y, u_z$ - o'qlar uzinasida parchalarning to'liq tezlanishi kordinata o'qida tezlik proyeksiyasi. (1) tenglama to'qqizta nomalunga ega va o'zining tugallanishi uchun yana oltita tenglama talab qiladi.

Navye-Stoksning tenglamasi noma'lum sonini qisqartirish maqsadida olingan edi va amaliy foydalanish uchun ko'proq foydalidir. Natijada siqiladigan Nyuton suyuqligi tenglamaning keyingi tartibi olingan edi :

$$\begin{aligned} X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \cdot \Delta^2 u_x &= \frac{du_x}{dt} \\ Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \cdot \Delta^2 u_y &= \frac{du_y}{dt} \\ Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \cdot \Delta^2 u_z &= \frac{du_z}{dt} \end{aligned} \quad (2)$$

Bu yerda ρ_x, ρ_y, ρ_z - kordinata o'qida bosim proyeksiyasi, ν -kinematik yopishqoqlik m^2/s . Tenglamaning bu tartibi to'rtta nomalunga ega va (1) sistema kabi ochiq emas. (1) va (2)

tenglamalar o'ng qismida uchta konvektivlik tezlashtirish ishtirokiga ko'ra nochiqli bo'lib hisoblanadilar.

TADQIQOT NATIJASI

(1) va (2) tenglamalar sistemasining tahlili.

1. Tartibli kuchlar qismida tartiblarning farqi tenglamalar yechimining har xil natijalardan iborat ekanligidir. (1) tenglamalar sistemasini yechib, biz ρ_{xx} , ρ_{yy} , ρ_{zz} tartibli kuchlanishning komponentlarini aniqlaymiz ya'ni hisoblashning oxirgi natijasini olamiz. (2) tartibni yechib, biz $\rho_x = -\rho_{xx}$, $\rho_y = -\rho_{yy}$, $\rho_z = -\rho_{zz}$ bosim komponentlarida ρ miqdorining qayta hisoblanish talab qilinadigan oraliqdagi natijasini olamiz. Bu qayta hisoblash quyidagi (1) chiziqli tenglama yordamida bajariladi:

$$\rho = \frac{\rho_x + \rho_y + \rho_z}{3} \quad (3)$$

Shunday qilib (3) tenglama ρ hisoblash miqdori bosimning komponentidan o'rtacha arifmetik bo'lib hisoblashi ko'rinib turibdi. Natijada, (2) tenglamaning nochiqli xarakteri va hisoblash natijalarini o'rtalashtirishning chiziqli qonuni haqidagi taxmin o'rtasida qarama qarshilik o'ringa ega bo'ladi.

Umumiy vaziyatda bunga yo'l qo'yish noto'g'ri bo'lib hisoblanadi va oqim jarayonini hisoblashning ijobiy natijalariga olib kelmaydi. Bundan tashqari (3) tenglama faqat chiziqli tenglama uchun to'g'ri bo'lgan yechishlar superpozitsiyasining teoremasini aniq ifodalaydi.

Hisoblash natijalarini o'rtalashtirish masalasi fanning boshqa sohalarida hammavjud. Masalan: mexanikaga oid, termodinamika va issiqlik almashtirish nazariyasida ko'pgina masalalar mavjud, ularda nochiqli tenglamalarning yechish natijalari nochiqli formulalar bo'yicha aniqlanadi.

Biroq, ba'zi bir masalalar uchun bunday yo'l noto'g'ri bo'lib hisoblanadi, lekin faqat qo'shimcha yo'l qo'yishdan foydalanishda (3) o'rtalashtirishning chiziqli qonuni nochiqli funktsiya uchun to'g'ri deb qabul qilib olish zarur. Bunday yo'l konvektiv tezlashtirish yoki o'rtalashtirish masofani qisqartirishda e'tiborsizlik qilish mumkin bo'lgan masalalar uchun bajariladi. Oxirgi amalning geometrik interpretatsiyasi to'g'ri chiziqni egri chiziqqa almashtiradi.

2. (3) tenglama semantik aniqsizlikka ega chunki yaqinlashgan bo'lib hisoblanadi. Ko'proq to'g'ri bolib (3) tenglamada yaqinlashish tengligining belgisini ishlatish hisoblanadi. Belgilangan qarama qarshilik yaqinlashishga aniqlikdan Navye-Stoks sistemasining o'zgarishiga olib keladi.

3. (3) tenglamaning to'g'riligi uchun o'rtalashtirish masofasining kamligini e'tiborga olish (2) sistema chiziqli bo'lishi kerakligini bildiradi, ya'ni o'ng qismida faqat bo'linma, vaqt bo'yicha hosila ishtirok etishi kerak, konvektiv tezlashtirishlar esa nolga intilishlari kerak. Bu esa agar tezlik komponentlari konvektiv tezlashtirishlar uchun ifodalarda kichik bo'lib hisoblashni iloji bor.

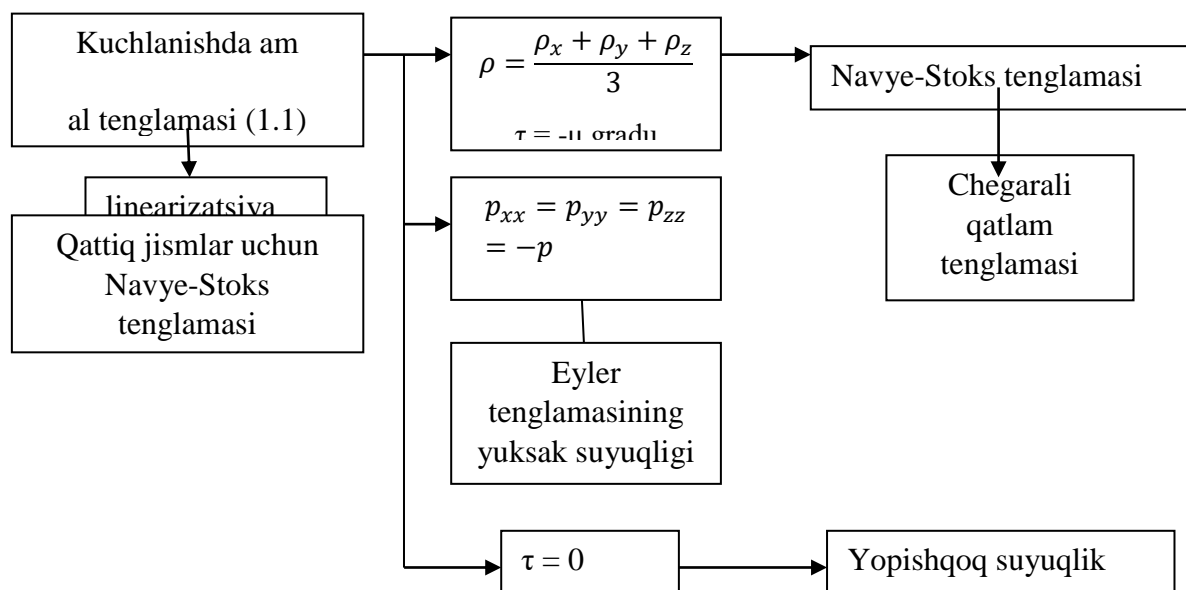
Hozirgi vaqtda bu sistemaning ma'lum aniq yechimini ko'rsatilgan xulosalar tasdiqlaydilar. Chunki ular $Re \approx 10^{-3} \cdot 5,5$ bo'lganda to'g'ridir to'g'ridir.

4. Hozirgi vaqtda oqim muhitining uchta modellari umumiy tan olingan bo'lib hisoblanadilar: benuqson, yopishqoqsiz va ko'proq yopishqoq suyuqlik. Bu modellarning hammasi shartlar sistemasi bilan o'zaro bog'langan va har qanday oxirgi o'ringa da'vogar qo'shimcha tenglamalar bu o'zaro bog'langanini hisobga olish kerak. 1-chizmada amallarning

umumiy tenglamasidan kelib chiqadigan oquvchan muhitning matematik modellari va shartlarining o'zaro bog'lanishi ko'rsatilgan.

MUHOKAMA

1-chizmaga ko'ra (1) tenglamadan oquvchan muhitning uchta modeli uchun tenglamalarining bo'linma hodisalarini olish mumkin. Shunda Eyer tenglamasi ikkita yo'l bilan yechilishi mumkin: Navye-Stoks tenglamasidan ($v=0$ sharti bo'yicha) va ikkinchi shart (1) tenglama yordamida yechiladi. Oxirgi yo'l ko'proq to'g'riroqdir, chunki u birinchi yo'ldan kelib chiqadi, Eylerning tenglamasiga yaqinlashdan emas, balki aniq ekanligi xulosasiga olib keladi.



1.-chizma. Oquvchan muhitlarning har xil modellari uchun yechish algoritmi va modellarning bog'liqliklari sxemasi.

Yopishqoq suyuqlik modeli analitik usuldan foydalanib hisoblanishi kerak, chunki Navye-Stoks tenglamasi bilan hech qanday bog'langan emas, oltita nomalumga ega va oxirgi ifoda bo'lmagan hisoblanadi. Shunga qaramay berilgan model ba'zi bir masalalarini yechish uchun ishlatilishi mumkin.

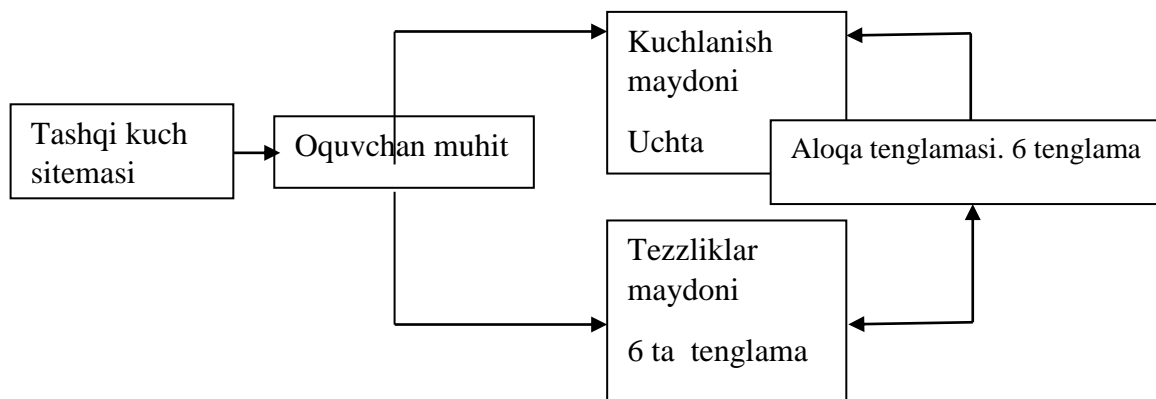
Navye-Stoks tenglamasining tahlili.

1. Suyuqliklar va gazlar oqimi jarayonlarini hisoblash uchun hozirgi zamon amaliy dasturlari paketlari uchun Navye-Stoks tenglamasini yopiq holatga keltirishga imkon beradigan turbulentlik nazariyasining har xil yaqinlashgan (yarimemperik) tenglamalari bilan birga foydalanadilar. Natijada tenglamalar sistemasini yopiq holatga keltirganimiz va uni ayirmali sxemalarga aylantiramiz. Bunday sistemaning yechimini yaqinlashgan deb hisoblanishi kerak, bu esa aytib bo'lmaydigan natijalarda ko'rinishi mumkin.

2. Yo'l qo'yilgan tahlillardan kelib chiqadiki, tenglamalar sistemasining imkoniyatlarini mohiyatini yaxshilashning iloji yo'q. O'xshashlik bo'yicha boshqa sohada tutash muhitlar mexanikasining tenglamalarida ishlatilgan taranglik nazariyasining boshqa tenglamalari bilan uni to'ldirib, (1) tenglama asosida tenglamaning yopiq sistemasini tuzish yo'lini ko'proq maqul deb hisoblash kerak.

3. Bunday sistemaning har xil tenglamalarining o'zaro bog'lanishini 2-chizma bilan illyustratsiya qilish mumkin. Taranglik maydoni uchta tenglamaga egadir, chunki kuch vektorini uchta tuzuvchiga taqsimlash mumkin. Deformatsiyalarning, tezliklarining maydoni oltita

tenglamadan iborat, chunki chiziqli va burchakli deformatsiyalarning asosiy vektorlari taqsimlangan. Natijada yopiq sistemani hosil qiluvchi to'qqizta tenglamani olamiz. Sxemadan kelib chiqadiki, ba'zi bir bo'linma masalalarni aloqa tenglamalaridan foydalanib ikkinchi maydon parametrlarida keng natijalarni qayta hisoblash bilan har qanday maydon uchun tenglamalardan foydalanish bilan yechish mumkin.



2. -chizma. Fizikaviy maydonlar va ularni ko'rsatib berish uchun tenglamalarning maksimal soni

4. Deformatsiyali amal nazariyasida keltirilgan oltita tenglamadan ma'lum sistema vektori qoidalari asosida chiqarilgan va oqim tezligining tushunchasidan foydalaniladi. Ayrim masalalarning taxminiy yechishi uchun tenglamalarning bu sistemasidan foydalanishida oqimning chiziqli va burchakli tezliklariga chegaralashtirish kiritilishi zarur. Shunday qilib, tenglamaning bunday tartibi noxiziqli mexanika sistemalari muammolarini ko'rsatib beradi. Tenglamalarning bu sistemalaridan foydalanishda amaliy natijalari yo'q, bu esa bo'linma masalalarining aniq yechilishi uchun undan foydalanish qonuniyligini bevosita ko'rsatadi.

XULOSA

5. Hozirgi vaqtda suyuqliklar oqimi masalalari bosimlar maydoni uchun (1) tenglamalardan foydalanish bilan yechiladi, bu esa oqimlarni ko'rsatib berish uchun hamda zarur bo'lgan tenglamalarning yo'qligi bilan tushuntiriladi.

6. Navye-Stoks tenglamalarni yechish sxemasining tahlili natijasida yaqinlashish aniqligi bilan sistema statusini o'zgartirilishini talab qiladigan qarama-qarshilik topilgan.

Har qanday masalani asosida ikkita tenglamalar sistemasi yotgan uchta usullardan bittasini foydalanish bilan yechish mumkin:

- 1) Asosiy tenglama kuchli maydon va tezliklar maydonini ko'rsatib beradigan to'qqizta tenglamalarni kiritadi.
- 2) Qo'shimcha sistema kuchli maydon va aloqa tenglamalarini kiritadi.
- 3) Qo'shimcha sistema tezliklari maydonining tenglamalarini va aloqa tenglamalarini kiritadi.

Tenglamalarning yopiq sistemalarini tuzish uchun ularning yana ikkita sistemalaridan foydalanish usullarini yozish va ishlab chiqish zarur. Uzluksizlik tenglamalari tezlik maydoni uchun umumiy tenglamalarni oxirgi sistemani harakatda bo'lgan suyuqlik mexanikasi tenglamalari tavsiflashi nuqtai nazardan keltirib chiqariladi.

REFERENCES

1. Бирюлин Г.В. Теплофизические расчеты в конечно-элементном пакете COMSOL / FEMLAB. – М.: СПбГУИТМО, 2006. -78с.
2. Цветков Ф.Ф., Григорьев Б.А. Тепломассобмен: учебное пособие для вузов. –М.: Издательство «МЭИ»,2005. -550с
3. Ахадова К. С. О ГРУППЕ ИЗОМЕТРИЙ СЛОЕНОГО МНОГООБРАЗИЯ //Естественные и технические науки. – 2014. – №. 1. – С. 14-17.
4. Гадаев Р. Р., Джонизоков У. А., Ахадова К. С. К. ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ ФРЕДГОЛЬМА ДВУМЕРНОЙ ОБОБЩЕННОЙ МОДЕЛИ ФРИДРИХСА //Наука и образование сегодня. – 2020. – №. 12 (59). – С. 6-8.