SCIENCE AND INNOVATION
INTERNATIONAL SCIENTIFIC JOURNAL VOLUME 1 ISSUE 6
UIF-2022: 8.2 | ISSN: 2181-3337

CHIZIQLI TIZIMNI TEZKORLIK MEZONI BO'YICHA OPTIMAL BOSHQARISH MASALASIGA KO'P QIYMATLI VA QAVARIQ TAHLIL USULLARINING TATBIQI

Otakulov Salim
Fizika-matematika fanlari doktori, professor, Jizzax politexnika instituti
Hamdamov Foziljon Rustamjon o'g'li
O'zbkiston milliy universiteti Jizzax filiali magistranti
https://doi.org/10.5281/zenodo.7192558

Annotatsiya. *Ishda dinamik boshqaruv sistemasii uchun ko'p qiymatli va qavariq tahlil usullarining ba'zi tatbiqlari qaralgan. Chiziqli boshqaruv sistemasi modelining erishish to'plami va boshqariluvchanlik to'plamlarining xossalari o'rganilgan. Bu xossalarning tezkorlik mezoni bo'yicha optimal boshqarish masalasida optimal boshqruvning mavjudligi muammosiga tatbiqi ko'rsatilgan.*

Kalit so'zlar: *chiziqli sistema, tezkorlik masalasi, erishish to'plami, boshqariluvchanlik to'plami, ko'p qiymatli akslantirish,qavariq tahlil,mavjudlik teoremasi.*

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ МНОГОЗНАЧНОГО И ВЫПУКЛОГО АНАЛИЗА К ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПО КРИТЕРИЮ БЫСТРОДЕЙСТВИЯ ДЛЯ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ

Аннотация. *В работе рассмотрены некоторые применения методов многозначного и выпуклого анализа для динамических систем управления. Изучены свойства множеств достижимости и управляемости линейной модели системы управления. Показано применение этих свойств к проблеме существования решения в задаче оптимального управления по критерию быстродействия.*

Ключевые слова: *линейная система, задача быстродействия, множество достижимости, множество управляемости, многозначное отображение, выпуклый анализ, теорема существования.*

THE APPICATION OF MULTIVALUED AND CONVEX ANALYSIS'ES TO TIME OPTIMAL CONTROL PROBLEM FOR LINEAR SYSTEM

Abstract. *In the paper we considere some applcation of methods of multivalued and convex analysis'es for dynamic control systems. The propety of reachable set and contollability set are studied. Showe the application of this properties to existence problem in time optimal control problem.*

Keywords: *linear system, time optimal control, reachability set and contollability set, multivalued convex analysis, existence theorem.*

KIRISH

Bugungi kunda olib borilayotgan ilmiy-amaly tadqiqotlarda dinamik tizimlarni optimal boshqarishga oid matematik modellarning ahamiyati ortib bormoqda. Optimal boshqaruvning matematik nazariyasi qo'llanalidigan amaliy masalalar sohasi tobora kengayib bormoqda. Optimal boshqaruv matematik nazariyasii samonaviy uchuvchi apparatlar, iqtisodiyot, murakkab texnologik jarayonlar, transport, muandislik va boshqa bir qator sohalardagi muhim masalalarga keng tatbiq etilmoqda[1–5].

Optimal boshqaruv masalalarini yechishda L.S. Pontryaginning maksimum prinsipi[1] va R. Bellmanning dinamik dasturlash usullari asosiy matematik apparat sifatida qo'llaniladi. Maksimum prinsipi optimallikning zaruriy sharti, dinamik dasturlash usuli esa optimallikning yetarl sharti sifatida muhim ahamiyatga ega.Shuni ta’kidlash joyizki, bir qator tizimlar uchun maksimum prnsipi optimallikning yetarli sharti sifatida katta amaliy ahamiyat kasb etadi. Shunday keng sinfdagi boshqaruv tizimlari qatoriga chiziqli boshqaruv tizimlarini kiritish mumkin[5].

Tezkorlik mezoni bo‘yicha optimal boshqarish masalasi optimal boshqaruvning hozirgi zamon nazariyasida asosiy masalalardan hisoblanadi [4,5]. Bu masalaga xos umumiy belgi shundaki, qandaydir dinamik ob’yektni berilgan boshlang‘ich holatdan oxirgi holatga (yoki holatlarlar to‘plamiga) eng qisqa vaqtda ko‘chirishni ta’minlovchi boshqaruvni topish talab etiladi.

Chiziqli tizimlarni tezkorlik mezoni bo‘yicha optimal boshqarish bo‘yicha dastablaki natijalar 20 asr 50 yillari boshlarida A.A. Feldbaum, D.V. Bushau tomonidan olingan va R. Bellman, I.Gliksberg, O.Gross ishlarida rivojlantitilgan. Chiziqli tizimlarda tezkorlil mezoni bo‘yicha optimal boshqaruvning umumiy matematik nazariyasi bo‘yicha asosiy natijalar 1957 yili R.V.Gamkrelidze tomonidan olindi va N.N.Krasovskiy va Dj.P. La Sall tomonidan rvojlanirildi. Chiziqli boshqarv tizimlarida optimal boshqaruv masalalarini o‘rganish va bu sohada sifat va konstruktiv nazariyalarning rivijlanishida A.M.Letov, A.G. Butkovskiy, LV.Noyshtad, R.E.Kallman, M.Atans, L.Falb, E.B.Lee, L.Markus, V.I. Boltyanskiy, A.F. Filippov, V.I. Blagodatskix, N.E.Kirin, B.N. Pshenichniy, R. Gabasov, F.M.Kirillova, A.B. Kurjanskiy va boshqa olimlar katta hissa qo‘shdilar[6–9, 11,12]. Bugungi kunda ham chiziqli va chiziqsiz tizimlarda optimal boshqaruv nazariyasi yanada rivojlanmoqda. Dastlab deterministik va oddiy differensal tenglamalar bilan ifodalanuvchi modellar uchun olingan natijalar boshqa murakkabroq tizimlar, jumladan, kechikuvchi argumentli differensial tenglamalar, integro-differensial tenglamalar, funksional-differensial tenglamalar, xususiy hosilali differensial tenglamalar orqali berilgan boshqaruv sistemalariga, noanqiqlik sharoitidagi tizimlar, differensial mansubliklar bilan ifodalanuvchi ob’yeklar uchun umumlashtirilmoqda [6–20].

TADQIQOT MATERIALLARI VA METODOLOGIYASI

1. Chiziqli tezkorlik masalasining qo‘yilishi. Chiziqli boshqaruv sistemasini qaraymiz,ya’ni ob’yektining harakat tenglamasi ushbu

$$\dot{x} = Ax + u \tag{1}$$

chiziqli differensial tenglamalar sistemasi bilan berilgan bo‘lsin, bu yerda $x \in R^n$ –sistemaning holat vektorini, $u \in R^n$ esa u boshqaruv vektorini ifodalaydi, A o‘zgarmas $n \times n$ o‘lchamli kvadrat matritsa.

Bo‘sh bo‘lmagan U kompakt to‘plam, ya’ni $U \in \Omega(R^n)$ berilgan bo‘lsin. Agar $u(t)$ qandaydir $[t_0, t_1]$ vaqt oralig‘ida aniqlangan o‘lchovli funksiya bo‘lib, barcha $t \in [t_0, t_1]$ uchun $u(t) \in U$ mansublikni qanoatlantirsa, $u(t)$ funksiyaga ***joiz boshqaruv*** deyiladi. Ixtiyoriy $u(t)$ joyiz boshqaruv va ixtiyoriy $x(t_0) = x^0$ boshlangich holat uchun $\dot{x} = Ax + u(t)$ differensial tenglama yagona absolyut uzluksz $x(t)$ yechimga ega bo‘ladi. Bu $x(t)$ yechim $u(t)$ joiz boshqaruv ta’sirida obyekt dinamikasining o‘zgarishini ifodalaydi.

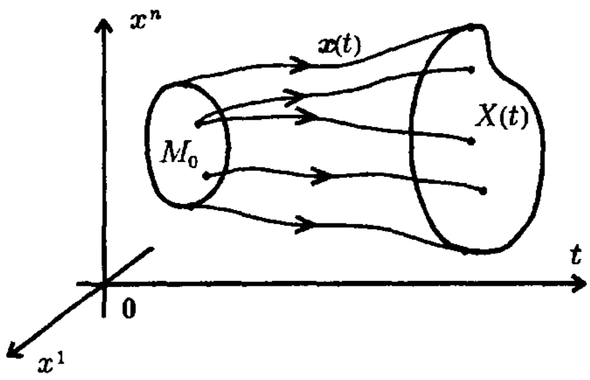
R^n holatlar fazosida bo‘sh bo‘lmagan M_0 va M_1 kompakt to‘plamlar, ya’ni $M_0, M_1 \in \Omega(R^n)$ berilgan bo‘lsin. Agar $[t_0, t_1]$ vaqt oralig‘ida aniqlangan $u(t)$ joiz boshqaruvga mos (1) tenglamaning $x(t)$ yechimi $x(t_0) \in M_0$, $x(t_1) \in M_1$ chegaraviy shartlarni qanoatlantirsa, u holda bu joiz boshqaruv sistemani M_0 boshlang‘ich to‘plamdan so‘nggi M_1 to‘plamga olib o‘tadi deyiladi. Vaqtning t_0 boshlang‘ich momenti maxkamlangan deb hisoblaymiz, vaqtning so‘nggi momenti t_1 esa $x(t)$ yechimning M_1 to‘plamga tushish shartidan aniqlanadi.

Chiziqli boshqaruv sistemasi uchun tezkorlik masalasi shundan iboratki, M_0 boshlang‘ich to‘plamdan oxirgi M_1 to‘plamga eng qisqa vaqt oralig‘ida olib o‘tuvchi $u(t)$ joiz boshqaruvni topish tab etiladi.

Bu masala uchun optimal boshqaruv nazariyasining asosiy matematik masalalari: boshqariluvchanlik,optimal boshqaruvning mavjudligi, optimallikning zaruriy sharti , optimallikning yetarli sharti va optimal boshqaruvning yagonaligi kabi masalalar muhim amaliy ahamiyatga ega.

2. Erishish to‘plami. Boshqariluvchanlik to‘plami. Boshqaruv ob’yektining dinamikasi (1) chiziqli differensial tenglamalar sistemasi bilan fodalangan bo‘lsin. $M_0 \in \Omega(R^n)$ boshlangich holatlar to‘plamidan iborat bo‘lsin, ya’ni (1) sistemanig yechimlariga qo‘yilgan boshlang‘ich $x(t_0) = x^0$ shart uchun $x^0 \in M_0$ deb hisoblaymiz.

Aytaylik, $t \in [t_0, t_1]$ bo‘lsin. Barcha $u(t)$ joiz boshqaruvlarga mos (1) tenglamaning $x(t_0) \in M_0$ boshlang‘ich shartni qanoatlantiruvchi yechimlari yordamida $[t_0, t]$ vaqt oralig‘ida erishilishi mumkin bo‘lgan R^n fazoning barcha nuqtalari to‘plamiga vaqtning t momentidagi ***erishish to‘plami*** deyiladi va u $X(t)$ bilan belgilanadi. Demak, $X(t)$ erishish to‘plami barcha $\{x(t)\}$ ko‘rinishdagi nuqtalar to‘plaamidan iborat, bu yerda $x(t)-$ (1) tenglamaning $u(t)$ joiz boshqaruvlga mos $x(t_0) \in M_0$ boshlang‘ich shartni qanoatlantiruvchi yechimi (1-chizma).

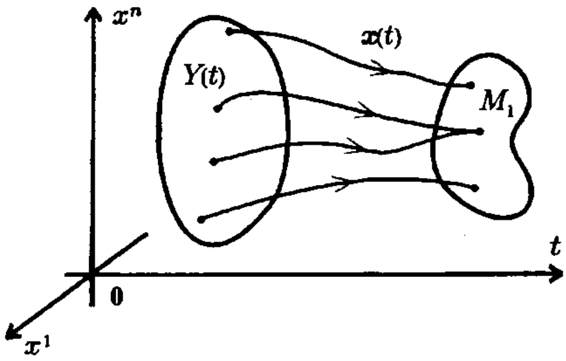


1-chizma.

Erishish to‘plami albatta A matrirsaga, boshqaruvlarni chegaralovchi U to‘plamga, boshlang‘ich M_0 to‘plamiga va $[t_0, t]$ vaqt oraligiga bog‘liq.

Boshqaruv sistemalarini o‘rganishda erishish to‘plami bilan bir qatorda uning boshqriluvchanlik to‘plami tushunchasi ham qaraladi.

Barcha $u(t)$ joiz boshqaruvlar yordamida (1) tenglamaning yechimlari yordamida $[t, t_1]$ vaqt oralig‘i davomida so‘nggi M_1 to‘plamga keltirilishi mumkin bo‘lgan R^n fazoning barcha boshlang‘ich nuqtalari to‘plamiga vaqtning t momentidagi ***boshqariluvchanlig to‘plami*** deyiladi va $Y(t)$ bilan belgilanadi. Boshqacha aytganda, $Y(t)$ boshqariluvchanlik to‘plami shunday barcha $\{x(t)\}$ ko‘rinishdagi nuqtalar to‘plaamidan iboratki, bu yerda $x(t)-$ (1) tenglamaning $u(t)$ joiz boshqaruvlga mos trayektoriyasining o‘ng qismida $x(t_1)\in M_1$ chegaraviy shartni qanoatlantiruvchi yechimidan iborat (2-chizma).



2-chizma.

Erishish to‘plami va boshqariluvchanlik to‘plami optimal boshqaruv nazariyasida fundamental ahamiyatga ega. Bu to‘plamlarning xossalarini o‘rganishda R^n fazoning barcha bo‘sh bo‘lmagan kompakt to‘plamlaridan tuzilgan $\Omega(R^n)$ fazo, bu fazoda kiritiladigan algebraik qo‘shish va songa ko‘paytirish amallari, kompakt to‘plamlar orasidagi Hausdorf metrikasi kabi tushunchalardan foydalanamiz. Bu tushunchaar yordamida kiritiladigan va biror sonlar oralig‘ida aniqlanib, qiymatlari $\Omega(R^n)$ fazoda bo‘lgan funksiyalarni, yani ko‘p qiymatli akslantirishlar yordamida erishish va boshqariluvchanlik to‘plamlarining xossalari tadqiq etiladi. Bunda kompakt to‘plamlarning tayanch funksiyalari xossalaridan va qavariq tahlil natijalaridan foydalaniladi.

TADQIQOT NATIJALARI

1.Erishish to‘plami va boshqariluvchanlik to‘plamining xossalari.

1-xossa. $X(t)$ erishish to‘plami

$$X(t)=e^{(t-t_0)A}M_0+\int_{t_0}^{t}e^{(t-s)A}Uds \tag{2}$$

ko‘rinishda ifodalanadi, bu yerda $e^{(t-t_0)A}M_0$ – M_0 to‘plamning $e^{(t-t_0)A}$ chiziqli akslantirishdagi obrazi, integral esa $s\to e^{(t-s)A}U, s\in[t_0,t]$ ko‘p qiymatli akslantirish Lebeg integralidan iborat.

Bu xossaning isboti (1) sistema yechimi uchun o‘rinli bo‘lgan

$$x(t)=e^{(t-t_0)A}x(t_0)+\int_{t_0}^{t}e^{(t-s)A}u(s)ds$$

Koshi formulasidan, erishish to‘plamining ta’rifi, chiziqli almashtirishda to‘plamninmg obrazi, to‘plamlarning algebraik yig‘indisi, ko‘p qiymatli akslantirishlarning Lebeg integrali kabi tushunchalardan bevosita kelib chiqadi.

2-xossa. Erishish to‘plami R^n fazoning bo‘sh bo‘lmagan kompakt qism to‘plamidir, ya’ni $X(t)\in\Omega(R^n)$. Agar boshlang‘ich M_0 qavariq to‘plam bo‘lsa, u holda $X(t)$ erishish to‘plami ham qavariq to‘plam bo‘ladi.

Bu xossaning isboti (2) formuladan foydalangan holda, ko‘p qiymatli akslantirish integralining bo‘sh bo‘lmagan kompakt to‘plam bo‘lishi $e^{(t-t_0)A}M_0$ to‘plamning kompaktligi va kompakt to‘plamlar algebraik yig‘ndisi tushunchalaridan bevosita kelib chiqadi.

3-xossa. Erishish sohasining tayanch funksiyasi

$$c(X(t),\psi) = c(M_0, e^{(t-t_0)A'}\psi) + \int_{t_0}^{t} c(U, e^{(t-s)A'}\psi)ds \tag{3}$$

ko‘rinishda ifodalanadi.

Bu xossaning isboti ham (2) formula, tayanch funksiyalarning xossalari va ko‘p qiymatli akslantish integralining tayanch funksiyasi haqidagi teoremadan bevosita kelib chiqadi.

4-xossa. τ miqdor $[t_0,t]$ vaqt oralig‘ining uzunligi, ya’ni $\tau = t - t_0$ bo‘lsin, u holda $X(t)$ erishish to‘plami faqat kesma uzunligi τ ga bog‘liq bo‘lib, u

$$X(t) = e^{\tau A}M_0 + \int_0^{\tau} e^{sA}Uds \tag{4}$$

ko‘rinishda tasvirlanadi.

Isboti. (3) formuladagi integralda $t - s = \alpha$ belgilash kiritib,

$$\int_{t_0}^{t} c(U, e^{(t-s)A'}\psi)ds = \int_{t-t_0}^{0} c(U, e^{\alpha A'}\psi)(-d\alpha) = \int_{0}^{t-\alpha} c(U, e^{\alpha A'}\psi)d\alpha \tag{5}$$

tenglikni hosil qilamiz. Bundan

$$c(\int_{t_0}^{t} e^{(t-s)A}Uds, \psi) = c(\int_0^{t-\alpha} e^{\alpha A}Ud\alpha, \psi)$$

kelib chiqadi. Endi bu tayanch funksiyalar tengligidan qavariq kompakt to‘plam ushbu tengligini olamiz:

$$\int_{t_0}^{t} e^{(t-s)A}Uds = \int_0^{t-t_0} e^{\alpha A}Ud\alpha .$$

$\tau = t - t_0$ belgilashni va (2.2) formulani hisobga olib (2.4) formulani hosil qilamiz.

5-**xossa.** $c(X(t),\psi)$ tayanch funksiya $\tau = t - t_0$ kesma uzunligining funksiya sifatida

$$c(X(t),\psi) = c(M_0, e^{\tau A'}\psi) + \int_0^{\tau} c(U, e^{sA'}\psi)ds \tag{6}$$

ko‘rinishga ega bo‘ladi.

Bu xossaning isboti (4) formuladan tayanch funksiya xossalariga ko‘ra kelib chiqadi.

6-hossa. $X(t)$ erishish to‘plami t argumentga uzluksiz bog‘liq, ya’ni $X(\cdot)\cdot I \to \Omega(R^n)$ ko‘p qiymatli akslantirish Xausdorf metrikasi bo‘yicha uzluksiz.

Isboti. (4) formulaga ko‘ra $X(t)$ erishish to‘plami $\tau = t - t_0$ kesma uzunligiga bog‘liq emas. Ko‘p qiymatli akslantirishdan olingan integral integrallash oralig‘ining yuqori chegarasi bo‘yicha uzluksiz, $e^{\tau A}M_0$ akslantirish esa $e^{\tau A}$ uzluksiz chiziqli almashtirishdagi M_0 to‘plamning obrazi bo‘lganligi uchun uzluksizdir. Demak $X(t)$ – ikkita uzluksiz ko‘p qiymatli akslantirishlar yig‘indisidan iborat bo‘lgani uchun τ ga uzluksiz bog‘liq. Agar vaqitning boshlang‘ich t_0 holati maxkamlangan bo‘lsa, u holda $X(t)$ erishish to‘plami $t = t_0 + \tau$ argumentga uzliksiz bog‘liq bo‘ladi.

Endi boshqariluvchanlik to‘plami haqida ma’lumotlarni keltiramiz.

(1) sistemaning ixtiyoriy $u(t)$ joyiz boshqaruvga mos keluvchi va $x(t_1) \in M_1$ chegaraviy shartni qanoatlantiruvchi yechimi Koshi formulasi orqali

$$x(t) = e^{(t-t_1)A}x(t_1) + \int_{t_1}^{t} e^{(t-s)A}u(s)ds = e^{(t-t_1)A}x(t_1) + \int_{t}^{t_1} e^{(t-s)A}[-u(s)]ds$$

tenglik bilan berilgani uchun $Y(t)$ boshqariluvchanlk to‘plamining keltirilgan ta’rifdan osongina ko‘rinadiki, bu to‘plam

$$Y(t) = e^{(t-t_1)A}M_1 + \int_{t}^{t_1} e^{(t-s)A}[-U]ds \tag{7}$$

ko‘rinishga ega bo‘ladi.

Erish to‘plami $X(t)$ xossalariga o‘xshash xossalar $Y(t)$ boshqariluvchanlik to‘plami uchun ham o‘rinli. Agar M_1 qavariq kompakt to‘plam bo‘lsa, u holda $Y(t)$ boshqariluvchanlik to‘plami ham bo‘sh bo‘lmagan qavariq kompakt to‘plam bo‘ladi va t u vaqtga nisbatan uzluksiz bog‘liq. Bu xossalarning to‘g‘riligi (7) tenglik asosida ko‘p qiymatli akslantirishlarning ma’lum xossalaridan keli ciqadi.

Agar (7) formulaga tayanch funksiyalar xossalarini qo‘llasak, $Y(t)$ boshqariluvchanlik to‘plamining tayanch funksiyasi uchun

$$c(Y(t),\psi) = c(M_1, e^{(t-t_1)A'}\psi) + \int_{t}^{t_1} c(U, -e^{(t-s)A'}\psi)ds \tag{8}$$

ko‘rinishda ifodaga ega bo‘lamiz.

τ bilan $[t, t_1]$ vaqt oraligining uzunligini belgilaylik, ya’ni $\tau = t_1 - t$ bo‘lsin. U holda $Y(t)$ boshqariluvchanlik to‘plami faqat kesma uzunligi τ ga uzluksiz bog‘liq va

$$Y(t) = e^{-\tau A}M_1 + \int_{0}^{\tau} e^{-sA}[-U]ds \tag{9}$$

ko‘rinishda ifodalanadi. Bundan esa uning tayanch funksiyasi uchun

$$c(Y(t),\psi) = c(M_1, e^{-\tau A''}\psi) + \int_{0}^{\tau} c(U, -e^{-sA'}\psi)ds \tag{10}$$

formulani olamiz.

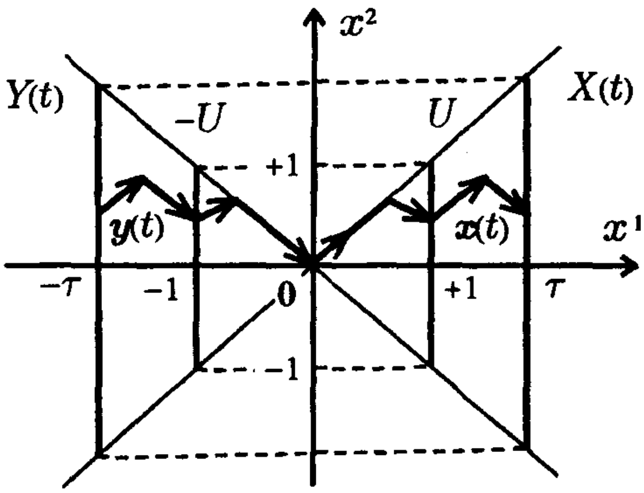
$Y(t)$ boshqariluvchanlik to‘plamining bu keyingi keltirilgan xossalarining to‘g‘rligi $X(t)$ erishish to‘plamining 3-x xossalaridek ko‘rsatiladi.

Misol. $A = 0$ matrisa uchun eksponensial matrisa $e^A = E-$ birlik matritsadan iborat bo‘lishini hisobga olib, $X(t)$ erishish va $Y(t)$ boshqariluvchanlik to‘plamlari uchun (4) va (9) formulalardan hamda o‘zgarmas to‘plam integrali uchun formuladan foydalanib, mos ravishda quyidagi:

$$X(t) = M_0 + \int_0^\tau U ds = M_0 + \tau conv U,$$

$$Y(t) = M_1 + \int_0^\tau (-U) ds = M_1 + conv(-U)$$

ifodalarni hosil qilamiz. Hususiy holda, $n = 2$ va U to‘plam (1,1), (1,-1) nuqtalardan tashkil topgan bo‘lsin (3-chizma). Agar $M_0 = \{0\}$ bo‘lsa, u holda $X(t)$ erishish to‘plami uzunligi $\tau = t - t_0$ bo‘lgan ihtiyoriy $[t_0, t]$ vaqt oraligida $X(t) = \{x \in R^2 : x_1 = \tau, |x_2| \le \tau$ kesmadan iborat. Agar $M_1 = \{0\}$ deb olsak, u holda $Y(t)$ boshqariluvchanlik to‘plami uzunligi $\tau = t_1 - t$ bo‘lgan $[t, t_1]$ vaqt oralig‘ida $Y(t) = \{x \in R^2 : x_1 = -\tau, |x_2| \le \tau$ kesmadan iborat.



3-chizma.

3-chizmada misol sifatida ikkita $x(t)$ va $y(t)$ trayektoriyalar ham keltirilgan. Bunda $x(t)$ trayektoriya $M_0 = \{0\}$ nuqtani kattaligi $\tau = t - t_0$ ga teng vaqt davomida $X(t)$ to‘plamning qndaydir nuqtasiga olib o‘tadi, $y(t)$ trayektoriya esa kattaligi $\tau = t_1 - t$ ga teng vaqt davomida $Y(t)$ to‘plamning qandaydir nuqtasidan $M_1 = \{0\}$ nuqtaga o‘tkazadi.

2.Optimal boshqaruvning mavjudligi. Chiziqli sistema uchun tezkorlik bo‘yicha optimal boshqaruvning mavjudlik teoremasini keltiramiz. Quyidagi teoremada

Teorema. Faraz qilaylik berilgan ob’yekt M_0 kompakt to‘plamdan M_1 kompakt to‘plamga qandaydir $[t_0, t_1]$ vaqt oraligida boshqariluvchan bo‘lsin. U holda ob’yektni M_0 to‘plamdan M_1 to‘plamga eng qisqa $t^* - t_0$ vaqt ichida olib o‘tuvchi $u^*(t), t \in [t_0, t_1]$ optimal boshqaruv mavjud.

Isboti. Ushbu $T = \{t \ge t_0 :\ X(t) \cap M_1 \ne \varnothing\}$ to‘plamni qaraymiz, bu yerda $X(t)$– boshlang‘ich M_0 to‘plamdan $[t_0, t_1]$ vaqt oraligidagi erishish to‘plami. Teorema shartiga ko‘ra T bo‘sh to‘plam emas. $t \in T$ vaqt momentlarning aniq quyi chegarasini t^* bilan belgilaymiz, ya’ni $t^* = \inf\limits_{t \in T} t$. Bunda t^* quyi chegara mavjud, chunki T to‘plam quyidan t_0 vaqt momenti bilan chegaralangan.

Tushunarliki $t^* - t_0$ dan qat’iy kichik vaqtda qandaydir joiz boshqaruv yordamida ob’yektni M_0 to‘plamdan M_1 to‘plamga olib o‘tish mumkin emas. Endi boshlang‘ich t_0 vaqt maxkamlanganligi uchun ob’yektni $t^* - t_0$ vaqtda, ya'ni $[t_0, t_1]$ vaqt oraligida M_0 to‘plamdan M_1 to‘plamga olib o‘tuvchi biror $u^*(t),\, t \in [t_0, t_1]$ joiz boshqaruv mavjudligini isbotlash qoldi.

t^* vaqt momenti $t \in T$ vaqt momentlarining aniq quyi chegarasi bo‘lgani uchun t^* ga yaqinlashuvchi t_k vaqt momentlari ketma-ketligi mavjud, yani $k \to \infty$ da $t_k \to t^*$ bo‘ladi va bundan tashqari har bir t_k uchun $X(t_k) \cap M_1 \neq \varnothing$ shart bajariladi. Har bir natural k soni uchun qandaydir x_k nuqta bu kesishmada yotsin, yani

$$x_k \in X(t_k) \cap M_1 \,. \tag{11}$$

$x_k \in M_1$ bo‘lgani uchun M_1 to‘plamning kompaktlik shartiga ko‘ra $\{x_k\}$ ketma-ketlikdan qandaydir $x^* \in M_1$ nuqtaga yaqinlashuvchi qismiy ketma-ketlik ajratish mumkin. Bu qismiy ketma-ketlikni yana $\{x_k\}$ bilan belgilaymiz. Ixtiyori $\varepsilon > 0$ soni berilgan bo‘lsin. $\{x_k\}$ qismiy ketma-ketlik x^* nuqtaga yaqinlashuvchi bo‘lganligi uchun qandaydir k_1 nomerdan boshlab $\|x^* - x_k\| \leq \frac{\varepsilon}{2}$ shart bajariladi. Shuning uchun, (11) shartga ko‘ra

$$x^* = (x^* - x_k) + x_k \in S_{\frac{\varepsilon}{2}}(0) + X(t_k) \tag{12}$$

munosabatga ega bo‘lamiz. $X(t)$ erishish to‘plami t vaqtga uzluksiz bog‘liq bo‘lgani uchun qandaydir k_2 nomerdan boshlab, $X(t_k) \subset X(t^*) + S_{\frac{\varepsilon}{2}}(0)$ mansublik bajariladi. Bundan va (12) munosabatdan $x^* \in X(t^*) + S_\varepsilon(0)$ mansublikka ega bo‘lamiz. Bu yerdan $\varepsilon \to 0$ da $X(t^*)$ to‘plam kompakt ekanligini hisobga olib, $x^* \in X(t^*)$ mansublikga ega bo‘lamiz. Nihoyat, $x^* \in M_1$ mansublikni etiborga olib, $X(t^*) \cap M_1 \neq \varnothing$ munosabatni hosil qilamiz. Bu esa erishish to‘plamining ta’rifi bo‘yicha ob’eyktni $[t_0, t^*]$ vaqt oralig‘ida M_0 to‘plamdan M_1 to‘plamga olib o‘tuvchi biror $u^*(t)$ joiz boshqaruv mavjudligini bildiradi. Teorema isbotlandi.

MUHOKAMA

(1) chiziqli sistema uchun erishish va boshqariluvchanlik to‘plamlarini aniqlash bo‘yicha hisoblashlarni bajarishda quyidagi fikrni alohida e’tiborga olish lozim. (4) formula bo‘yicha erishish to‘plamini hisoblashda asosiy qiyinchilik boshlang‘ich $M_0 = \{0\}$ to‘plamga (koordinata boshi) mos keluvchi $X_0(t) = X(t, \{0\})$ erishish to‘plamini $\tau = t - t_0$ vaqt oraligida hisoblashi, ya’ni

$$X(t,\{0\}) = \int_0^{\tau} e^{sA} U ds \qquad (11)$$

to‘plamni aniqlashdan iboratdir. Ihtiyoriy M_0 boshlang‘ich to‘plamiga mos $X(t) = X(t, M_0)$ erishish to‘plamini (11) ko‘rinishdagi $X(t,\{0\})$ to‘plamga $e^{\tau A} M_0$ to‘plamni qoshish bilan hosil qilinadi. Masalan, agar M_0 yagona $\{x_0\}$ nuqtadan iborat bo‘lsa, u holda har bir τ uchun $X(t,\{0\})$ to‘plamni $e^{\tau A} x_0$ vektorga ko‘chirish kerak bo‘ladi. Huddi shunday mulohazalar $Y(t)$ boshqariluvchanlik to‘plami uchun ham o‘rinli.

Agar M_0 va M_1 qavariq kompakt to‘plamlar bo‘lsa, u holda $X(t)$ erishish to‘plamni yoki $Y(t)$ boshqariluvchanlik to‘plamini hisoblashda dastlab (6) yoki (10) formulalar boyisha tayanch funksiyalarni hisoblash songra esa, topilgan tayanch fonksiyalar bo‘yicha $X(t)$ yoki $Y(t)$ qavariq kompaktlarni aniqlash kerak bo‘ladi.

Chiziqli sistema uchun optinmal boshqaruvning mavjudlik teoremasi o‘rini bo‘lishi uchun M_0 boshlang‘ich to‘plamning yopiqlik sharti kifoya qiladi.

XULOSA

Shunday qilib, ishda ko‘rsatildiki, chiziqli boshqaruv tizimlarini o‘rganishda ko‘p qiymatli akslantirishlar, kompakt to‘plamlarning tayanch funksiyalari tushunchalari va qavariq tahlil natijalaridan qo‘llashga asoslangan yondashuvdan foydalanish mumkin. Bunday yondashuv asosida chisiqli sistemaning erishish to‘plami va boshqariluvchanlik to‘plamlarining bir qator muhim xossalarini samarali tadqiq etish imkoniyati mavjud. Ayniqsa, erishish to‘plamining qavariqligi va kompaktligi, uninq vaqtdan usluksiz bog‘liqligi kabi xossalarining tezkorlik masalasida yechimining mavjudligi muammosining o‘rganilishida o‘zining muhim tatbiqini topishi mumkinligining ko‘rsatilganligni ta’kidlab aytilishi lozim.

REFERENCES

1. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. -М.: Наука,1961.
2. Hermes H.,. La Salle J.P. Funktional analysis and time optimal control: Acad. Press, 1969.
3. Габасов Р.Ф., Кириллова Ф.М. Качественная теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1971.
4. Ли Э.Б., Маркус Л. Основы теории оптимального управления. М.: Наука, 1972.
5. Габасов Р.Ф., Кириллова Ф.М. Оптимизация линейных систем. Методы функционального анализа. Минск: Изд-во БГУ, 1973.
6. Благодатских В.И.Задача управляемости для линейных систем.// Тр.МИАН РАН. 1977, Т. 143.- с. 57-67.
7. Благодатских В.И., Филиппов А.Ф. Дифференциальные включения и оптимальное управление. Труды математического института АН СССР, Т.169, 1985. - с. 194-252.
8. Кларк Ф. Оптимизация и негладкий анализ. -М.: Наука, 1988.
9. Куржанский А.Б. Управление и наблюдение в условиях неопределенности. -М.: Наука, 1977.

10. Otakulov S. On the minimization problem of reachable set estimation of control system. IFAK Workshop on Generalized Solutions in Control Problems (GSCP–2004). Pereslavl-Zalessky, Russia, September 2004, 2004. -p. 212-217.
11. Половинкин Е.С. Многозначный анализ и дифференциальные включения. -М.: Физматлит, 2015.
12. Otakulov S. The control problems of ensemble trajectories for differential inclusions. LAP Lambert Academic Publishing, 2019.
13. Otakulov S., Kholiyarova F.Kh. About the conditions of optimality in the minimax problem for controlling differential inclusion with delay. Academica: An International Multidisciplinary Research Jounal,Vol.10, Issue 4 (April 2020).- p. 685–694.
14. Otakulov S., Kholiyarova F.Kh. On the theory differential inclusions with delay argument. Dokl. Akad.Nauk, Resp.Uzbek., No. 3,2005. - p.14–17
15. Otakulov S.,Haydarov T.T. The nonsmooth control problem for dynamic system with parameter under conditions of incomplete initial date. International Conference On Innovation Perspectives, Psychology and Social Studies (ICIPPCS-2020), may 11-12 2020. International Enjineering Journal for Research & Development(IEJRD). pp.211-214.
16. Otakulov S., Rahimov B. Sh., Haydarov T.T. The nonsmoth optimal control problem for ensamble of trajectories of dynamic system under conditions of indeterminacy. Middle European Scientific Bulletin, vol. 5, October 2020. -p. 38-42.
17. Otakulov S., Kholiyarova F.Kh. About conditions of controllability of ensamble trajectories of differential inclusion with delay. International Journal of Statistics and Applied Mathematics. V.5, issue 3, 2020.–p.59–65.
18. Отакулов С., Рахимов Б.Ш. Об условиях управляемости ансамбля траекторий дифференциальных включений. Physical and mathematical scinces. Vol. 3, Issue 1,2020.-p.45-50.
19. Otakulov S., Rahimov B. Sh. On the structural properties of the reachability set of a differential inclusion. Proceedings of International Conference on Research Innovations in Multidisciplinary Sciences, March 2021. New York, USA. -p. 150-153.
20. Otakulov S., Musayev A. O., Abdiyeva H.S. Application the mathematical methods in the problem of decision making under informational constraints. Proceedings of Scholastico-2021, International Consortium on Academic Trends of Education and Science, April 2021. London, England. -p. 105-107.