

КОНЦЕПЦИЯ ПОСТРОЕНИЯ МАКРОМОДЕЛИ МНОЖЕСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ**Халикова Манзура Каировна**

Ассистент кафедры «Инженерная графика и цифровые технологии» Бухарского института природопользования, ТИКХММИ МГУ

<https://doi.org/10.5281/zenodo.7190007>

***Аннотация.** Рассматриваются вопросы обработки определенного объема информации, состоящие из полезного и излишнего объема, составлены балансовые модели информационных ресурсов с учетом их полезности и избыточности по объему обрабатываемой информации, многостадийные системы подвергаются декомпозиции с целью построения макромодеи исследуемой системы, предложен алгоритм для выбора предпочтительных факторов для построения макромодеи. Полученные результаты научно обоснованы и доведены до логического завершения.*

***Ключевые слова:** многостадийные системы, макромодеи, декомпозиция, детализированное решение, корреляция, инерция.*

CONCEPT OF CONSTRUCTING A MACRO MODEL OF A MULTIPLE SYSTEM .

***Abstract.** The problems of processing a certain amount of information, consisting of useful and excessive volume, are considered, balance models of information resources are compiled taking into account their usefulness and redundancy in the amount of information processed, multi-stage systems are decomposed in order to build a macro -model of the system under study, an algorithm is proposed for choosing preferred factors for constructing a macro-model.*

***Keywords:** multi-stage systems, macro-model, decomposition, detailed solution, correlation, inertia.*

ВВЕДЕНИЕ

Построение математической модели сложной многостадийной системы в целом оказывается невозможным из-за сложности ее функционирования. В этих случаях приходится разбить моделируемый объект на конечное число подсистем, сохраняя связи между подсистемами, обеспечивающие учет взаимодействия подсистем. Эти подсистемы, не подлежащие дальнейшему расчленению, называются элементами сложной системы.

При выборе математического аппарата, закладываемого в основу моделирования немаловажную роль играют, характерные свойства данного класса систем, ее элементов, их взаимосвязь и взаимодействие.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Математическая модель сложной многостадийной системы (МС) состоит из математических моделей элементов и математической модели взаимодействия между элементами.

Сложность построения и использования оптимизационных моделей в управлении МС заключается в том, что, во-первых, внедрение оптимизационных моделей будет происходить в условиях действующих СУ, во-вторых, основные процессы многостадийной системы носят непрерывно-дискретный и непрерывный характер и, в-третьих, многим из них свойственна нелинейность.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Трудности, связанные с разнообразием состава задач управления на отдельных уровнях и необходимостью их рассмотрения как единое целое с многообразием характеристик элементов и их режимов работы и вытекающий отсюда гибридный интегрированный характер математических моделей ставят в качестве первоочередных вопросы структуризации многостадийной системы, разработки принципов моделирования и систематизации моделей элементов и всей системы. Структура модели системы тесно связана со степенью укрупнения производственных участков как подсистем системы. Количественной мерой укрупнения агрегатов может служить степень агрегирования-величина, характеризующая количество подсистем системы, выделяемых при построении интегрированной макромоделли. Степень агрегирования, в общем случае, представляется соотношением.

$$S = k_s * m^{-1},$$

где m - количество подсистем, выделяемых при построении интегрированной макромоделли; k_s - коэффициент, связанный с конструктивными свойствами системы.

Математическая модель многостадийного процесса представляет совокупность операторов, отражающих модели отдельных локальных подсистем и контуров, т.е. модель процесса вытекает из математического описания производственных операций, входящих в процесс. В [1,2,3,5] отмечается, что для управления производственным процессом необходимо знать качественные и количественные характеристики каждого производственного продукта получаемого по производственной схеме. Такое определение производится на основе балансового расчета схем, который сводится к выявлению распределения поступившего в процесс информационного материала и входящих в него компонентов по ветвям схемы. В математическом плане балансовый расчет схем сводится к решению системы алгебраических уравнений. Для каждого контура схемы можно составить следующие уравнения баланса по объему продукта

$$\sum_{s=1}^{k_{i1}} \gamma_{is}^{bx} = \sum_{s=k_{i2}+1}^{k_{i2}} \gamma_{is}^{b_{yx}}, i = \overline{1, n}; s = \overline{1, n_{i1} + n_{i2}}$$

и баланса по объему его компонентов

$$\sum_{s=1}^{k_{i1}} \gamma_{is}^{bx} d_{ijs}^{bx} = \sum_{s=k_{i2}+1}^{k_{i2}} \gamma_{is}^{b_{yx}} d_{ijs}^{b_{yx}}, j = \overline{1, m}.$$

Здесь i - номер контура схемы; k - число контуров; j - номер компонента; m - число компонентов; s - номер производственного продукта контура; $k_{i1}k_{i2}$ - число продуктов на входе и выходе контура.

Следует отметить, что решение системы балансовых уравнений связано с рядом вычислительных трудностей: большая размерность системы, плохая обусловленность, неопределенность, несовместимость и замкнутости производственных схем. Современная производственная схема не может осуществляться без возврата циркулирующих продуктов, когда продукт из последующих узлов направляя на доработку в голову схемы. Однако, если при балансовом расчёте контура схемы задача сводится к определению выхода продукта по модели, описываемой сравнительно простыми одно-или многокомпонентными балансовыми уравнениями, то при технологическом расчёте схемы

нужно вычислить полную характеристику продукта, что требует использования как балансовых, так и более сложных уравнений.

На втором этапе строятся математические модели для каждого выделенного контура с учетом заданий и ограничений, вытекающих из результатов первого этапа.

Рассмотрим процедуру построения интегрированной макромоделли МС.

Для u – го контура МС имеют место уравнения материального баланса

$$\alpha_i \gamma_{\alpha_i} = \beta \gamma_i + \theta_i \gamma_{\theta_i},$$

$$\gamma_{\alpha_i} = \gamma_{\beta_i} + \gamma_{\theta_i},$$

где $\alpha_i, \beta_i, \theta_i$ – содержание полезной информации в входе, в результате после обработки и в излишние, u - го контура; $\gamma_{\alpha_i}, \gamma_{\beta_i}, \gamma_{\theta_i}$ – весь (значимость) информации u – го контура соответственно, в входе, в результате обработки и в излишках.

На вход u – го контура процесса возможно поступление потоков из других контуров, а также исходного потока информации. Отсюда получаем выражения.

$$\alpha_i = \frac{\sum_{j=1}^n (\omega_{ij} \beta_j \gamma_{\beta_j} + \kappa_{ij} \theta_j \gamma_{\theta_j}) + \alpha_i^0 \gamma_{\alpha_i}^0}{\sum_{j=1}^n (\omega_{ij} \gamma_{\beta_j} + \kappa_{ij} \gamma_{\theta_j}) + \gamma_{\alpha_i}^0}, \quad (1)$$

$$\gamma_{\alpha_i} = \sum_{j=1}^n (\omega_{ij} \gamma_{\beta_j} + \kappa_{ij} \gamma_{\theta_j}) + \gamma_{\alpha_i}^0 \quad (2)$$

где

$$\omega_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если информация } j \text{ – го контура поступает на} \\ & \text{вход } i \text{ – го контура,} \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$$\kappa = \begin{cases} 1, & \text{если излишние информации } j \text{ – го контура поступают} \\ & \text{на вход } i \text{ – го контура,} \\ 0, & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

α_i^0 – содержание полезной информации в исходном потоке ;

$\gamma_{\alpha_i}^0$ – объем информации в исходном потоке.

Изменяя i от 1 до n с помощью уравнений (1), (2), составим систему линейных алгебраических уравнений, решив ее, находим следующие функции:

$$\gamma_{\beta_i} = \gamma_{\beta_i}(\alpha_1^0, \alpha_2^0, \dots, \alpha_n^0, \gamma_{\alpha_1}^0, \gamma_{\alpha_2}^0, \dots, \gamma_{\alpha_n}^0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n),$$

$$\gamma_{\theta_i} = \gamma_{\theta_i}(\alpha_1^0, \alpha_2^0, \dots, \alpha_n^0, \gamma_{\alpha_1}^0, \gamma_{\alpha_2}^0, \dots, \gamma_{\alpha_n}^0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n),$$

где $i=1, 2, \dots, n$.

Если β_n и γ_{β_n} принять за содержание полезной информации в в результате обработки и за его выход, то система уравнений определяется из общего материального баланса по следующей схеме:

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i^0 \gamma_{\alpha_i}^0 = \beta_n \gamma_{\beta_n} + \theta_{\text{изл}} \gamma_{\theta_{\text{изл}}},$$

$$\sum_{i=1}^n \gamma_{\alpha_i}^0 = \gamma_{\beta_n} + \gamma_{\theta_{\text{изл}}}.$$

Из этой системы находим выражение, т.е. макромоделли, для содержания полезной информации в излишних объемах информации.

$$\theta_{\text{изл}} = \beta_n - \frac{\beta_n \sum_{i=1}^n \gamma_{\alpha_i}^0 - \sum_{i=1}^n \alpha_i^0 \gamma_{\alpha_i}^0}{\sum_{i=1}^n \gamma_{\alpha_i}^0 - \gamma_{\beta_n}}$$

Макромодель относительно содержания полезной информации после их обработки имеет вид.

$$\beta_n = \theta_{\text{изл}} - \frac{\theta_{\text{изл}} \gamma_{\beta_n} - \sum_{i=1}^n \alpha_i^0 \gamma_{\alpha_i}^0}{\gamma_{\beta_n}}$$

Аналогично, макромодель извлечения полезной информации из обработанного объема информации определяется следующим образом:

$$\varepsilon = \beta_n \gamma_{\beta_n} / \sum_{i=1}^n \alpha_i^0 \gamma_{\alpha_i}^0.$$

Таким образом, на первом этапе моделирования строится макромодель для всего процесса, определяемая с помощью только входных и выходных параметров контуров.

На втором этапе строится микромоделю для отдельных локальных подсистем МС согласно принципу декомпозиции.

Изучаемая иерархия систем начала описывается с помощью исходной глобальной математической модели. Затем, в соответствии с принятым составом иерархии из исходной макромодели выделяется агрегированная модель центральной системы и детальные микромоделю локальных подсистем. Сводится задача – найти оптимальной решение исходной математической модели путем взаимосвязи условно – оптимальных решений отдельных моделей, после этого выполняется сопоставление различных формальных методов декомпозиции по заранее намеченным критериям и на этой основе выбирается наиболее предпочтительный вариант.

При этом модель верхнего уровня строится путем агрегирования микромоделю нижнего уровня в соответствии с предварительно полученными для них условно – оптимальными решениями. В свою очередь, агрегированное решение, найденное с помощью макромодели верхнего уровня, передается в модели нижнего уровня и используется ими как контур, в пределах которого отыскивается детализированное решение.

Из-за наличия большего количества разнородных возмущающих воздействий СУ МС трудно поддержат функционирование объекта управления с требуемым качеством и надежностью. Особенно эта проблема усугубляется для многостадийных производственных процессов с непрерывно – дискретным и непрерывным характером, где цикл управления ограничен снизу быстродействием, качеством и надежностью измерительного тракта, а сверху быстродействием, качеством и надежностью средств вычислительной техники и каналов связи.

Часто непосредственное определение значений параметров процесса в производственных условиях представляет определенную трудность. С целью решения такой проблем предлагается следующий алгоритм:

Пусть имеется множество технологических параметров

$$G = G\{x_1, x_2, \dots, x_n\},$$

состоящих из двух подмножеств:

$$G_1 = G_1\{x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_k^{(1)}\}, G_1 \in G,$$

значения, которых легко определяемы, и

$$G_2 = G_2 \{x_1^{(2)}, x_1^{(2)}, \dots, x_s^{(2)}\}, G_2 \in G,$$

где значения трудно определяются.

При этом справедливо соотношение

$$G_1 \cap G_2 = \Phi, G = G_1 \cup G_2 \text{ и } k + s = n.$$

Если удастся определить значения параметров множества G_2 , то с его помощью можно построит систему моделей относительно тех параметров, значения которых определяются с большим временным запаздыванием и затратами.

В операторной форме систему моделей можно представить в виде.

$$G_2 = \varphi(G),$$

где φ – функциональный оператор, выбираемый из арсенала математических уравнений и методов, удовлетворяющих требованиям специалистов при решении конкретных задач. Система моделей закладывается в память ПК и на каждом такте управления используется для оценки и прогноза значений трудно определяемых параметров.

Существо предлагаемого подхода заключается в применении методологии “гибкого синтеза” [4,6,7,8], заключающегося в использовании информации и ее качества организации на стадии разработки и внедрения в процедурах выработки управляющих воздействий в циклах управления на стадии разработки и внедрения экспериментальных данных по динамике производственного процесса.

Для более подробного анализа предложенного алгоритма предположим, что имеется матрица экспериментальных данных X_0 размерностью $(n \times m)$ снятых за (t_0, t_1) промежуток времени, элементы которой $x_{ij}, i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m}$; являются входными и в том числе управляющими, И выходными переменными. При этом j - означает номер переменной, а i - номер измерения. Между этими переменными выполняется соотношение.

$$Y = F(x, u), (3)$$

где x – значения переменных состояния среды, u – состояние управляющих переменных, Y – выходные значения переменных состояния, F – оператор преобразования.

Введем вектор $\hat{x}_j = \{x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj}\}$, который определяет совокупность измеренных значений \hat{x}_o можно представить в виде совокупности столбцов $\hat{x}_j, j = \overline{1, m}$.

По набранной статистике экспериментальных данных \hat{x}_o строится корреляционная матрица \mathcal{R} и производится анализ по силе корреляционной связи (связь между переменными при $0 \leq \mathcal{R}_{ij} \leq 0.3$ для $\forall i, j = \overline{1, m}, i \neq j$ слабая, при $0.3 \leq \mathcal{R}_{ij} \leq 0.7$ – средняя и $0.7 \leq \mathcal{R}_{ij} \leq 1.0$ – сильная), по результатам которого производится снижение размерности описания производственного процесса до \hat{x}_o' .

Таким образом, в результате указанной процедуры выделяется подмножество \hat{x}_j с $\mathcal{R}_{ij} \leq 0.7$ матрица \hat{x}_o' принимает вид \hat{x}_o' с размерностью $[n \times l], (l \leq m)$ и по аналогии с (3) имеем.

$$Y = F_1(\hat{x}^1, U). (4)$$

Одновременно с вышеизложенной систематизацией статистики экспериментальных данных с целью повышения качества оперативного управления на каждом такте цикла управления оставшаяся совокупность \widehat{x}_j и \widehat{x}_o^T классифицируется на малоинерционные (как правило, быстро определяемые) \widehat{x}_j^l и сильно инерционные переменные \widehat{x}_j^l , а с целью дальнейшего снижения размерности задачи описания состояния производственного процесса устанавливается (определяется) зависимость между ними

$$\widehat{x}_j^l = \varphi_{j-s}(\widehat{x}_1^l, \widehat{x}_2^l, \dots, \widehat{x}_s^l), j = \overline{s+1}, l. \quad (5)$$

Систематизация в данном случае производится по следующему алгоритму. Пусть в матрице \widehat{x}_o^T сгруппированы вектора \widehat{x}_j^l таким образом, что в начале расположены первые s вектора $\widehat{x}_j^l, j = \overline{s+1}$, соответствующие малоинерционным переменным, а затем векторы $\widehat{x}_j^l, j = \overline{s+1}, l$, соответствующие сильно инерционным переменным в реальном времени.

В результате матрица данных \widehat{x}_o^T представляется в виде двух подматриц - $\widehat{x}_o^{l'}$ - малоинерционная и - $\widehat{x}_o^{l''}$ - сильно инерционная.

ОБСУЖДЕНИЕ

При выборе методологии математических методов определения структуры $\varphi_{j-s}, j = \overline{s+1}, l$ особое внимание будет обращено на метод моделирующей функции [2,4].

В работе [1,4] в качестве близости оценки оператора объекта к его истинному значению применяют критерий минимума квадратичного функционала вида :

$$R_{кр} = m_E + \sum_{i=1}^n \xi_i \kappa_E(\tau_i), \quad (6)$$

где $\kappa_E(\tau_i)$ – значение корреляционной функции ошибки в момент τ_i, ξ_i – некоторые постоянные коэффициенты, удовлетворяющие условию $\sum_{i=1}^n \xi_i^2 \neq 0$. Тогда оптимальную оценку оператора объекта можно искать в классе линейных интегральных стационарных операторов

$$Y(t) = AX(t) = \int_{-\infty}^t \omega(\tau)x(t-\tau)d\tau,$$

где $\omega(t)$ – весовая функция оператора A .

Далее, выражая функционал (6) через исходные статистические данные и учитывая физическую реализуемость системы ($\omega(\tau) = 0$, при $\tau < 0, \tau > t$), получаем

$$R_{кр} = m_x \int_0^T \omega(\tau)d\tau - m_y + \sum_{i=1}^n \xi_i \left[\iint_{00}^{TT} K_x \cdot (\tau_i - \lambda + \tau)\omega(\tau)d\tau d\lambda - 2 \int_0^T K_{xy}(\tau_i + \tau)\omega(\tau)d\tau + K_y(\tau_i) \right], \quad (7)$$

где m_x, m_y – математические ожидания входного и выходного сигналов; $K_x(\cdot)$ и $K_{xy}(\cdot)$ - соответственно авто и взаимно корреляционная функция случайных процессов

$x(t)$ и $y(t)$. Выражение (7) представляет собой функционал от весовой функции модели типа [1,2].

$$R_{кр} = \iint_{00}^{TT} \Phi[t, s, \omega(t), \omega(s)] dt ds.$$

Подынтегральная функция в данном случае имеет вид.

$$\begin{aligned} &\Phi(\tau, \lambda, \omega(\tau), \omega(\lambda)) \\ &= \sum_{i=1}^n \xi_i K_x(\tau_i - \lambda + \tau) \omega(\tau) \omega(\lambda) \\ &\quad - \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n \xi_i [K_{xy}(\tau_i + \tau) \omega(\tau) + K_{xy}(\tau_i + \lambda) \omega(\lambda)] + \frac{m_x}{2T} [\omega(\tau) + \omega(\lambda)] \end{aligned}$$

и представляет собой симметричную билинейную форму относительно $\omega(\tau)$ и $\omega(\lambda)$.

Легко показать, что оценка весовой функции объекта при этом должна удовлетворят линейному интегральному уравнению Фредгольма первого рода

$$\int_0^T \sum_{i=1}^n \xi_i K_x(\tau_i - \lambda + \tau) \omega_0(\lambda) d\lambda - \sum_{i=1}^n \xi_i K_{xy}(\tau_i + \tau) + \frac{m_x}{2} = 0,$$

где $\omega_0(\lambda)$ – оптимальная оценка весовой функции объекта по критерию (6). Решение этого уравнения можно найти методами, изложенными в [1,4].

Считая вышеприведенные оценки некоторыми обобщенными координатами, получаем эффективное математическое описание сложных производственных процессов.

Результаты вышеприведенной систематизации \widehat{x}_0^T позволяют использовать их для повышения оперативности и качества процедуры выработки решения в циклах управления МС по информации о значениях \widehat{x}_j .

Оперативность процедуры выработки решения в цикле управления можно повысить за счет дальнейшей систематизации и ранжирования элементов подматрицы \widehat{x}_0^T . С этой целью элементы матрицы \widehat{x}_0^T разделяются на управляемые и неуправляемые (но контролируемые) параметры с дальнейшей их ранжировкой на подматрицы меньшей размерности по следующей схеме.

Введем множество $J_1 = \{j\}$, состоящие из номеров неуправляемых переменных. В соответствии с вышеизложенной процедурой, используя значения корреляционной матрицы R_{ij} , производится упорядочение элементов множества J_1 . С этой целью интервал (a_0, a_d) на основе технологических соображений или закона распределения (нормального, бета распределения и др.) разбивается на d подинтервалов $[a_0 a_1), [a_1 a_2), \dots, [a_{d-1} a_d)$.

Далее из подмножества J_1 берется первый, например, с порядком номером l со значением возможных эго значений на интервале $[a_0 a_d]$.

Процедура упорядочения \widehat{x}_k^T в подмножестве J_1 заключается в группировании подинтервалов и определяется принадлежностью \widehat{x}_k^T к соответствующим подинтервалам. Вся же совокупность \widehat{x}_k^T в каждом из вышеуказанных подинтервалов образуют

функционирования объекта управления приводит к значительному снижению ценных материальных, энергетических ресурсов и тем самым улучшает качество управления.

REFERENCES

1. Пиров Ф.С. Создание моделей системной динамики в программе AnyLogic 6.4.1. /Мезенцев К.Н., Умаралиев Р.Ш., Пиров Ф.С. // Интеграционные решения в промышленности, науке и образовании. Сб. науч. тр. М., 2010, МАДИ (ГТУ).- с. 52-59.
2. Втюрин В.А. Автоматизированные системы управления технологическими процессами основы АСУТП. Учебное пособие. Санкт-Петербург 2006. 151 с.
3. Калядин А.Ю. Использование масштабируемой архитектуры в АСУТП на промышленных предприятиях. Промышленные АСУ и контроллеры. 2001. №2.
4. Кусимов С.Т., Ильясов Б.Г., Исмагилова Л.А., Валеева Р.Г. Интеллектуальное управление производственными системами. М.: Машиностроение 2001 г -327с.
5. Кириллов А.Н. Управления многостадийными технологическими процессами. Вестник СПбГУ. Сер. 10, 2006, Вып.4.с.127-131.
6. Дорофеева Л.И. Моделирование и оптимизация разделительных процессов. Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2008. – 128 с.
7. Вергун А.П., Савостина Н.В. Оптимизация разделительных процессов. – Томск, 2002. – 36 с.
8. ЯкубовМ.С., КубаевУ.Р. Многостадийные процессы формирования электронного правительство //SCIENCEAND WORLD International scientific journal №3 (31),2016,Vol.I ISSN2308-4804 стр. 104-107