KASODLILIK MODELI YORDAMIDA BOSHLANG'ICH ZAHIRALARNI HISOBLASH

Arabboyev A.B.
O'zbekiston Milliy universiteti

https://doi.org/10.5281/zenodo.7125842

Annotatsiya. *Ushbu maqolada umumiy sug'urtada risklarni modellashtirishning ba'zi yondashuvlari ko'rib chiqiladi. Umumiy risk nazariyasining predmeti bo'lmagan muammolar tavsiflangan va ularni qayta shakllantirishda aktuar amaliyoti amalga oshiriladi. Boshlang'ich zahira miqdorini aniqlash va to'lovga layoqatsiz bo'lish ehtimolini bir foizgacha cheklash uchun raqamli misollar taqdim etiladi.*

Kalit so'zlar: *statistik taqsimot, modellar, sug'urta, da'vo, risk.*

ПОДСЧЕТ НАЧАЛЬНЫХ ЗАПАСОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Аннотация. *В данной статье рассматриваются некоторые подходы к моделированию рисков в общем страховании. Описаны проблемы, не являющиеся предметом общей теории риска, и в их переформулировке реализована актуарная практика. Приведены численные примеры для определения начальной суммы резерва и ограничения вероятности дефолта до одного процента.*

Ключевые слова: *статистическое распределение, модели, страхование, претензия, риск.*

CALCULATION OF INITIAL RESERVES USING THE TECHNOLOGICAL MODEL

Abstract. *This article discusses some approaches to risk modeling in general insurance. Problems that are not the subject of the general theory of risk are described, and actuarial practice is implemented in their reformulation. Numerical examples are given to determine the initial amount of the reserve and limit the probability of default to one percent.*

Keywords: *statistical distribution, models, insurance, claims, risk.*

KIRISH

Ma'lumki, hozirgi davrda har bitta sug'urta kompaniyasi uchun uning kelajakdagi faoliyati qanaqa bo'lishi katta ahamiyatga ega. Aniqki, har bitta sug'urta kompaniyasining bosh menejeri uchun asosiy bosh og'riq bu-sug'urta kompaniyasini barqaror faoliyatini ta'minlashdir. Ya'ni ular o'z kompaniyalarini kasodga uchrash ehtimolini mumkin qadar kamaytirishi lozim va buning uchun qaysidir ma'noda model qurish talab qilinadi. Bundan tashqari yangi sug'urta bozoriga kirib kelayotgan kompaniya qancha boshlang'ich kapitalga ega bo'lishi kerakligi juda muhim hisoblanadi.

TADQIQOT MATERIALLARI VA METODOLOGIYASI

Ushbu maqolada umumiy sug'urtada risklarni modellashtirishning ba'zi yondashuvlarini ko'rib chiqamiz. Zararning yuzaga kelishi da'vo uchun zaruriy shartdir. Agar da'vo taxmin qilingan sug'urta mukofotidan kattaroq bo'lsa, sug'urtalovchi yutqazib qo'yishi mumkin. Ushbu yutqazilgan pul miqdori stoxastik xususiyatga ega va holatlarga qarab turli qiymatlarni qabul qilishi mumkin. Nazariy jihatdan, tasodifiy o'zgaruvchi sifatida aniqlangan zarar tasodifiy miqdorning standart og'ishi bilan baholanadi. Quyidagi shartlar bajarilsa sug'urta riskini modellashtirish mumkin bo'ladi (Hart 1996):

- zararni tasodifiy o'zgaruvchi sifatida qaralishi lozim, ya'ni dastlab noma'lum bo'lgan tasodifiy qiymatlarni qabul qilishi mumkin;
- zarar bilan bog'liq holatlarni sabablari aniqlanishi kerak;
- riskka juda ko'p ta'sir qilmasligi kerak;
- mukofot risk bahosi va sug'urta bozoriga mos kelishi kerak.

Muayyan davr uchun to'lovga qobiliyatsizligi xavfini kamaytirish uchun sug'urtalovchi quyidagi usullardan ba'zilarini qo'llashi mumkin (Hart 1996):

1. Sug'urta kapitalini ko'paytirish.
2. Shaxsiy daromadni oshirish.
3. Ruxsat etilgan risk darajasini maksimumini cheklash.
4. Individual risklarni cheklash (qayta sug'urtalash bilan).
5. Risklar sonini ko'paytirish (ma'lum darajadan yuqori, bu individual foydaga bog'liq).
6. Xatarlar o'rtasidagi bog'liqlikni cheklash.

Faraz qilamiz, U - sug'urta portfelining boshlang'ich qiymati, X_i - mijozlarning bog'liqsiz, bir xil taqsimlangan sug'urta badallarining miqdori $(i=\overline{1,N})$ bo'lsin.

$$E(X_1)=m,\quad E(X_1^{\,2})=\alpha_2$$

Bu yerda N - matematik kutilmasi n bo'lgan Puasson taqsimlangan tasodifiy son.

Shuningdek, P - yil boshida qabul qilingan umumiy sug'urta mukofatini va

$$C=X_1+X_2+\ldots+X_N$$

- sug'urta badalining jami miqdori bo'lsin.

Yuqoridagi belgilashlardan quyidagi kelib chiqadi.

$$E(C)=nm$$

Puasson taqsimlangan tasodifiy miqdorlarning matematik kutilmasi va dispersiyasi tengligidan foydalanib quyidagi natijani olamiz:

$$D(C)=E(N)D(X_i)+D(N)[E(X_i)]^2=nE(X_i^{\,2})=n\alpha_2$$

Ushbu portfelning mukofat riski matematik kutilma $E(C)=nm$ ga teng va mukofat riski uchun quyidagicha ifodani olish mumkin:

$$P=(1+\lambda)nm$$

Bu yerda-$\lambda>0$ zaruriy xavfsiz yuklama. Amaliyotda, bu aksiyadorlarning qaytib kelishini ta'minlaydigan, odatda sof sug'urta puli miqdorining foizi sifatida ifodalanadigan va yutuqli aksiyalar uchun mo'ljallangan qiymatdir.

Shunday qilib, sug'urta badalining sotiladigan narxi quyidagicha:

$$U+(1+\lambda)nm$$

va sug'urtalovchi yil oxirida bankrotlik holatiga tushishi mumkin, agar quyidagi tengsizlik bajarilsa:

$$U+(1+\lambda)nm-C\le 0$$

Boshqa tamondan, bu eng katta zahira jamg'arilishiga mutonasib emas. Asosiy muammo bu- to'lov qobiliyatsizligi ehtimolligini minimallashtirish, ya'ni

$$\mathrm{P}\{\mathrm{U}+(1+\lambda)nm-C<0\}\le\varepsilon$$

Bu yerda, ε - to'lov qobiliyatsizligi uchun mumkin bo'lgan eng katta ehtimollik. Ushbu tengsizlikni quyidagicha o'zgartirishimiz mumkin:

$$\mathrm{P}\{\mathrm{C}>\mathrm{U}+(1+\lambda)nm\}\le\varepsilon$$

Endi quyidagi standart ko'rinishga keltiramiz:

$$\mathrm{P}\{\frac{C-nm}{\sqrt{n\alpha_2}}>\frac{\mathrm{U}+\lambda nm}{\sqrt{n\alpha_2}}\}\le\varepsilon. \qquad (3.2.1)$$

Agar sug'urta portfeli yetarlicha katta bo'lsa, C ning taqsimoti Normal taqsimot qonuniga yaqinlashadi **[12]**. Ya'ni

$$P\left(\frac{C-nm}{\sqrt{n\alpha_2}}>z_\varepsilon\right)\approx 1-\Phi(\mathrm{z}_\varepsilon)$$

bu yerda

$$z_\varepsilon\le\frac{\mathrm{U}+\lambda nm}{\sqrt{n\alpha_2}}$$

yordamida belgilab, $\Phi(x_\varepsilon)=1-\varepsilon$ ekanligini ta'minlaymiz.

Endi quyidagini yozib olamiz:

$$U\ge z_\varepsilon\sqrt{n\alpha_2}-\lambda nm \qquad (3.2.2)$$

Agar biz sug'urta badali miqdori uchun Normalning quvvatini o'zgartirishdan foydalangan holda va Kornish-Fisher tarqalishining birinchi qoidasidan quyidagiga ega bo'lamiz:

$$x_\varepsilon=z_\varepsilon+\frac{\gamma(\mathrm{z}_\varepsilon^2-1)}{6},$$

bu yerda, γ - yuqorida ko'rilgan taqsimotning assimetriya koeffitsiyenti. Bundan erkin zahiralar uchun quyidagiga egamiz (V. Pavlov, E. Raeva 2015):

$$U=(x_\varepsilon+\frac{\gamma(x_\varepsilon^2-1)}{6})\sqrt{n\alpha_2}-\lambda nm \qquad (3.2.3)$$

TADQIQOT NATIJALARI

Biz (3.2.2) va (2.3.3) formulalardan sug'urtalovchi to'lov qobiliyatsizligi ehtimolligi berilgan ε dan kichik bo'lgan zarur xavfsizlik zahirasiga ega bo'lishimiz mumkin. Masalan: Faraz qilaylik, biz intervallarda berilgan jami 10000 ta sug'urta davolarining yillik o'rtacha qiymatini va har bitta interval nechta sug'urta davosidan tashkil topganini oldindan bilamiz. Ushbu davolarning taqsimoti quyidagi jadvalda berilgan.

Jadval 1.

Intervallar raqami	Sug'urta to'lovlari intervali	Intervallar o'rtachalari	Har bir intervalga tushish ehtimolligi
	So'm	X_i	p_i
1	0-1 000 000	29 732,85	0.9249

2	1 000 000-2 500 000	1 552 034	0.0277
3	2 500 000-5 000 000	3 621 627	0.0083
4	5 000 000-10 000 000	7 302 329	0.0052
5	10 000 000-25 000 000	14 684 750	0.0073
6	25 000 000-50 000 000	35 935 608	0.0081
7	50 000 000-100 000 000	69 703 988	0.0056
8	100 000 000-250 000 000	154 751 399	0.006
9	250 000 000-500 000 000	347 203 634	0.0023
10	500 000 000-1 000 000 000	664 508 359	0.0019
11	1 000 000 000 dan yuqori	2 689 176 427	0.0027
Jami:		111 775 567 126	1

Yuqoridagi taqsimotning dastlabki uchta moment quyidagi qiymatlarga ega ekanligini hisoblaymiz:

$$\alpha_1 = \sum_{i=1}^{11} X_i \frac{p_i}{100} = 11177561$$

$$\alpha_2 = \sum_{i=1}^{11} X_i^2 \frac{p_i}{100} = 2.083*10^{16}$$

$$\alpha_3 = \sum_{i=1}^{11} X_i^3 \frac{p_i}{100} = 5.319*10^{25}$$

Bizga yaxshi ma'lumki, davolarning soni umumiy holda Puasson taqsimotiga bo'ysinadi. Bu qoidadan esa biz umumiy davolar miqdori taqsimoti uchun quyidagi dastlabki uchta momentga ega bo'lamiz:

$$\mu_1 = n\alpha_1 = 1{,}11776*10^{11}$$

$$\mu_2 = n\alpha_2 = 2.083*10^{20}$$

$$\mu_3 = n\alpha_3 = 5.319*10^{29}$$

va assimmetriya koeffitsiyenti

$$\gamma_1 = \frac{\mu_3}{\sqrt{\mu_2^3}} = 0{,}1769759$$

ga ega bo'lamiz.

Jadval 2.

Bitta tanlama uchun Kolmogorov-Smirnov Testi		
		Sug'urta davolari
N		10000
Normal parametrlari[a,b]	O'rtacha	11177556,71
	Standart chetlashish	17969100 3,336
Statistik qiymat		,475
Ikki yoqlama test asimptotikasi		,000[c]

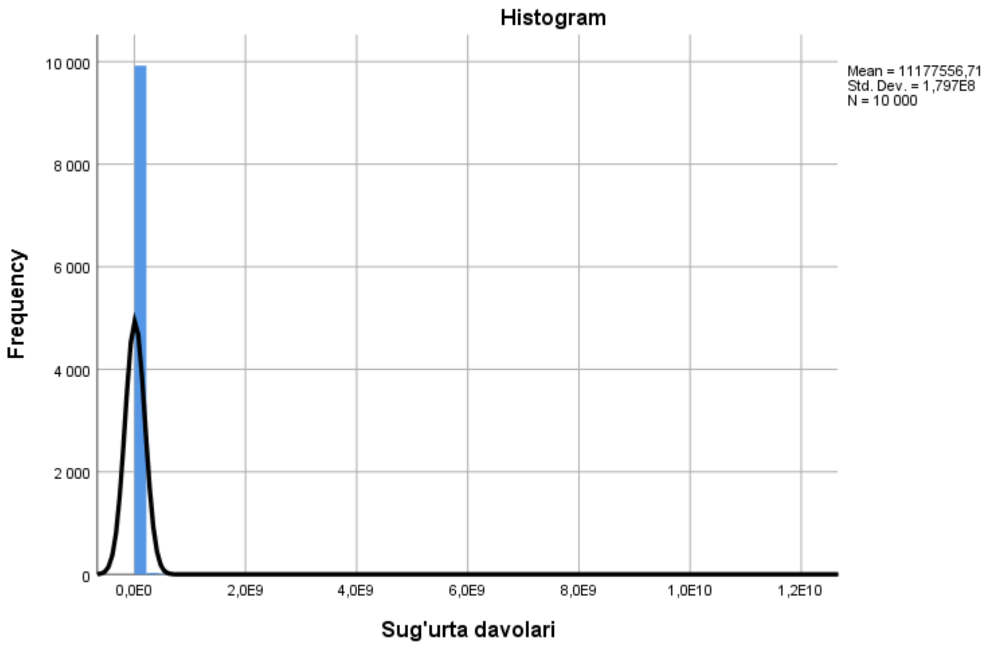
Jadval 3.

Miqdoriy Statistika					
		O'rta cha	Standart chetlashish	in.	Max.
Sug'urta davolari	0000	1117 7556,71	179691003, 336		11121 108909

MUHOKAMA

SPSS da qilingan statistik tahlildan ko'rishimiz mumkinki, tanlanma uchun qilingan Kolmogorov-Smirnov testidan uning Normal taqsimotga ega ekanligini xulosa qilolamiz. Buni visual ko'rishimiz uchun quyidagi grafik keltirildi.

Diagramma 1.



Agar biz to'lov qobiliyatsizligini 1 % ($\varepsilon = 0.01$) deb oladigan bo'lsak, standart normal taqsimot jadvalidan $z_{0.01} = 2,33$ ekanligini kelib chiqadi. λ-xavfsizlik yuklamasi bizning misolimiz uchun 19 % ni tashkil qiladi. (2.3.3) formuladan

$$U = (z_\varepsilon + \frac{\gamma(z_\varepsilon^2 - 1)}{6})\sqrt{n\alpha_2} - \lambda nm = (2,33 + \frac{0.1769759(2.33^2 - 1)}{6}\sqrt{2,083 \cdot 10^{20}} -$$

$$-0.19 \cdot 1,11776 \cdot 10^{11} = 14\,271\,856\,055$$

miqdorga ega bo'lamiz. Aniqroq aytadigan bo'lsak, yil boshida balansida 14 271 856 055 so'm bo'lgan sug'urta kompaniyasi yuqoridagi kabi sug'urta davolarini qanoatlantirgan taqdirda yil oxiriga kelib kasodga uchrash ehtimoli 1% bo'ladi.

XULOSA

Demak, yil boshida U- boshlang'ich kapitalga ega ixtiyoriy sug'urta kompaniyasi yuqorida jadvalda berilgan taqsimotga yaqin sug'urta shartnomalarini tuzishi kutilayotgan bo'lsa, yil oxiriga kelib 99 % ishonchlilik bilan ushbu kompaniyaning kasodga uchramasligini bashorat qilish mumkin bo'ladi.

REFERENCES

1. Hart, D., Buchanan, R., Howe, B., Actuarial Practice in General Insurance, Institute of Actuaries of Australia, Sydney, 1996.
2. Hossack, I., Pollard, J., Zenhwirth B., Introductory Statistics with Applications in General Insurance, Cambridge University Press, Cambridge, 1983.
3. Fisher, R. A, Cornish, E. A., The Percentile Points of Distribution Having Knon Cumulants, USA, 1960.
4. Raeva, E., Pavlov, V., Some Approaches for Modeling Claims Process in General Insurance, Mathematics and Education in Mathematics, Proceedings of the Forty Fourth Spring Conference of the Union of Bulgarian Mathematicians, 2015, pp. 233-238.