CHIZIQSIZ DASTURLASH MASALALARINING GRAFIK USULDA GEOMETRIK TALQINI

Fayzullayev Sherali Baxtiyor o'g'li
Termiz davlat universiteti Axborot texnologiyalari fakulteti talabasi
Fayzullayev Samandarbek Baxtiyor o'g'li
Termiz davlat universiteti Kimyo fakulteti talabasi

https://doi.org/10.5281/zenodo.7105872

Annotatsiya. *Ushbu maqola chiziqli dasturlash masalalriga bag'ishlangan. Mualliflar ushbu masalalarning grafik usulda geometric talqinini keltirib o'tishgan.*

Kalit so'zlar: *chiziqsiz dasturlash, masala, grafik usul, geometric, to'plam, o'lchov.*

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ГРАФИЧЕСКИМ СПОСОБОМ ЗАДАЧ НЕЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Аннотация. *Данная статья посвящена задачам линейного программирования. Авторы дали геометрическую интерпретацию этих вопросов в графической форме.*

Ключевые слова: *нелинейное программирование, задача, графический метод, геометрический, множество, измерение.*

GEOMETRICAL INTERPRETATION OF A NON-LINEAR PROGRAMMING PROBLEM IN A GRAPHICAL WAY

Abstract. *This article is devoted to linear programming problems. Author's geometric interpretation of ethical issues and graphic form.*

Keywords: *linear programming, problem, graphical method, geometric, quantity, measurement.*

KIRISH

Chiziqli dasturlash masalalarining xossalaridan bizga ma'lumki, birinchidan, uning joiz rejalari to'plami, ya'ni masalaning chegaraviy shartlarini va noma'lumlarning nomanfiylik shartlarini qanoatlantiruvchi $X=(x_1, x_2,...,x_n)$ nuqtalar to'plami qavariq bo'ladi. Ikkinchidan, $f(x_1, x_2,...,x_n)$ maqsad funksiyasini berilgan qiymatga erishtiradigan $X=(x_1, x_2,...,x_n)$ nuqtalar to'plami n-o'lchovli fazoning gipertekisligini tashkil qiladi. Bundan tashqari, maqsad funksiyaning turli qiymatlariga mos keluvchi gipertekisliklar o'zaro parallel bo'ladi. Uchinchidan, maqsad funksiyaning mumkin bo'lgan rejalari to'plamidagi mahalliy minimumi (maksimumi) global (absolyut) minimumdan (maksimumdan) iborat bo'ladi. To'rtinchidan, agar maqsad funksiya chekli optimal qiymatga ega bo'lsa, joiz rejalar to'plamini ifodalovchi qavariq ko'pburchakning kamida bir uchi optimal yechimni beradi. Mumkin bo'lgan rejalar ko'pburchagining uchlari (burchak nuqtalari) bazis yechimni ifodalaydi. Bazis yechimdagi hamma noma'lumlar qat'iy musbat bo'lgan holdagi yechim **xosmas bazis yechim** va agar ulardan kamida bittasi nolga teng bo'lsa, **xos bazis yechim** deyiladi.

TADQIQOT MATERIALLARI VA METODOLOGIYASI

Ixtiyoriy bazis yechimdan boshlab boshqa bazis yechimga o'tib borib, chekli sondagi qadamdan so'ng funksiyaga ekstremum qiymat beruvchi bazis yechim topiladi.

Bazis yechim optimal yechim bo'lishi uchun maqsad funksiyaning bu yechimdagi qiymati boshqa bazis yechimdagi qiymatlaridan kam (ko'p) bo'lmasligi kerak.

Chiziqsiz dasturlash masalalarida esa yuqoridagi chiziqli dasturlashga doir xossalarning ayrimlari (yoki hammasi) bajarilmaydi.

TADQIQOT NATIJALARI

Masalan, chiziqsiz dasturlash masalasining mumkin bo'lgan rejalar to'plami qavariq to'plam bo'lmasligi ham mumkin. Buni chegaraviy shartlari munosabatlardan iborat bo'lgan masalada ko'rish mumkin. Masalaning rejalar to'plami ikkita alohida qismlarga ajratilgan bo'lib, ularning birortasi ham qavariq emas (1 – rasm).

Agar joiz rejalar to'plami qavariq bo'lmasa, maqsad funksiya chiziqli bo'lgan holda ham masalaning global optimal yechimidan farq qiluvchi mahalliy yechimlari mavjud bo'ladi. Masalan, chegaraviy shartlari chiziqli va maqsad funksiyasi chiziqsiz bo'lgan quyidagi masalani ko'ramiz:

$$x_1 + x_2 \square\ 2,$$

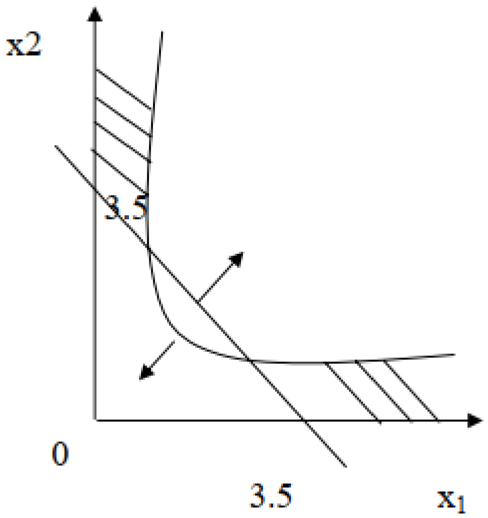
$$x_1 - x_2 \square\ -2,$$

$$x_1 + x_2 \square\ 6,$$

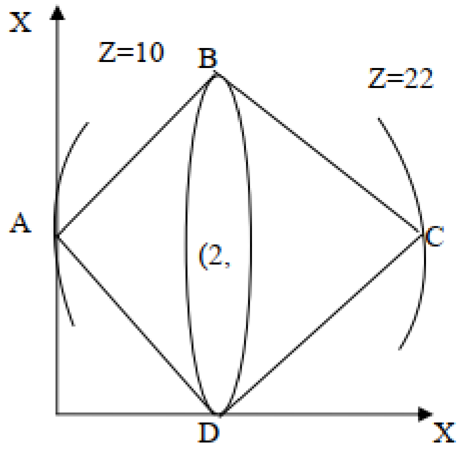
$$x_1 - 3x_2 \square\ 2,$$

$$x_1 \square\ 0,\ x_2 \square\ 0,$$

$$Z = f(x_1, x_2,) = 25(x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 \square max.$$



1-rasm.



2-rasm.

Bu masalaning chegaraviy shartlarini qanoatlantiruvchi nuqtalari to'plami qavariq ABCD to'rtburchakdan iborat bo'ladi (2- rasm). Masaladagi maqsad funksiya markazi *(2,2)* nuqtadan iborat bo'lgan elipslar oilasidan iborat.

Z=4 da ellips B va D nuqtalardan o'tadi, A nuqtada *Z=100* va C nuqtada *Z=226* bo'ladi. Bundan ko'rinadiki, A nuqtada maqsad funksiyaning qiymati unga yaqin bo'lgan B va D nuqtalardagi qiymatidan kichik. Demak, A nuqtada maqsad funksiya mahalliy minimumga erishadi. C nuqtada $Z = f(x_1, x_2,)$ funksiya eng katta *Z=226* qiymatga erishadi. Maqsad funksiyaning C nuqtadagi qiymati ABCD to'rtburchakka tegishli hamma nuqtalardagi qiymatidan katta bo'ladi. Demak, $Z = f(x_1, x_2,)$ funksiya C nuqtada global maksimumga erishadi.

Bu masalaning optimal yechimi joiz rejalar to'plami C uchining koordinatalaridan iborat bo'ldi. Lekin umumiy holda, chiziqsiz dasturlash masalasining maqsad funksiyasiga optimal qiymat beruvchi nuqta joiz rejalar to'plamining burchak nuqtasi bo'lishi shart emas. Ayrim hollarda optimal reja joiz rejalar to’plamining ichki nuqtasidan ham, chegaraviy nuqtasidan ham iborat bo’lishi mumkin. Masalan, 3-rasmda tasvirlangan masaladagi $Z=f\ (x_1,\ x_2,)$ maqsad funksiya minimum qiymatga mumkin bo’lgan rejalar to’plamining chegaraviy nuqtasida erishadi.

MUHOKAMA

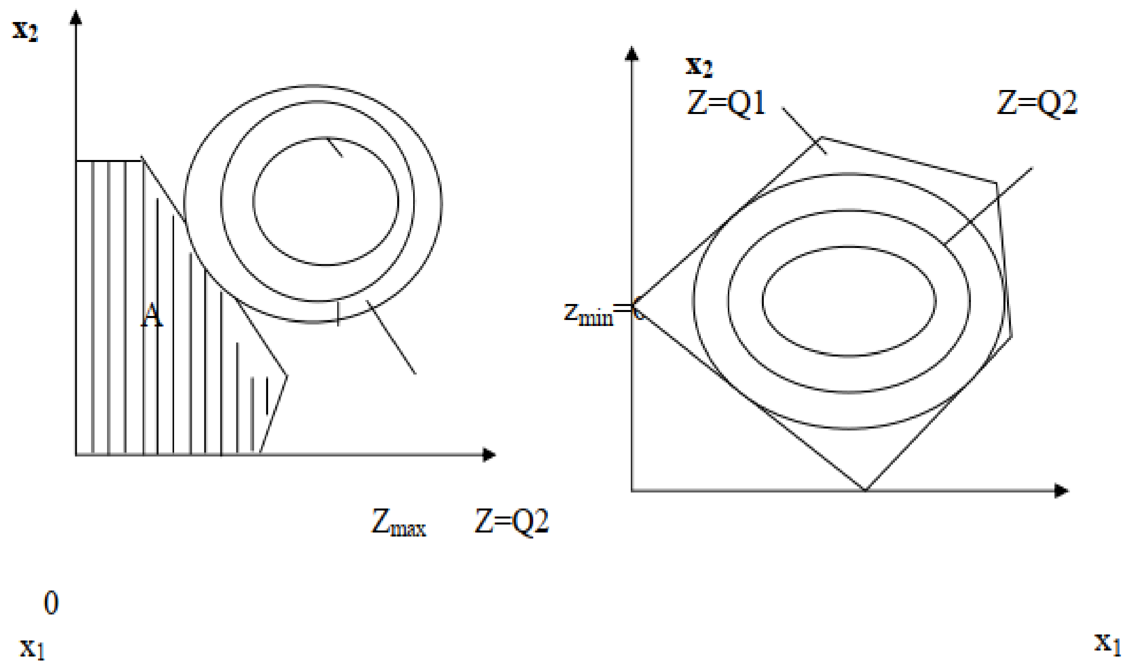
Umumiy holda

$$g_i(x_1, x_2, \dots x_n) = b_1 \quad i = \overline{1, m_1} \tag{1}$$

$$g_i(x_1, x_2, \dots x_n) = b_1 \quad i = \overline{m_1 + 1, m} \tag{2}$$

$$Z = f(x_1, x_2, \dots x_n) \to \min \tag{3}$$

(1)-(3) ko’rinishda berilgan chiziqsiz dasturlash masalasini ko’ramiz va bu masalaning geometrik talqini bilan tanishamiz.



3-rasm 4-rasm

Masaladagi (1), (2) cheklamalarni qanotlantiruvchi nuqtalar to’plami Evklid fazosida joiz rejalar to’plamini beradi. Bu to’plamning nuqtalari orasidan maqsad funksiyaga minimum qiymat beruvchi nuqtani topish kerak. Buning uchun joiz rejalar to’plamining eng past saviyali *f(x1, x2,...,xn)=Q* gipersirti bilan kesishgan nuqtasini topish kerak. Bu nuqta berilgan (1) - (3) masalaning optimal yechimini (1)-(3) masalaning optimal yechimini geometrik talqinidan foydalanib topish uchun quyidagi ishlarni bajarish kerak:

1. Masalaning (1), (2) chegaraviy shartlarini qanoatlantiruvchi nuqtalar to’plamini, ya’ni joiz rejalar to’plamini yasash kerak (agar bu to’plam bo’sh bo’lsa, masala yechimga ega bo’lmaydi).
2. *f(x1, x2,...,xn)=Q* gipersirtni yasash kerak.
3. Q ning qiymatini o’zgartirib borib, eng past saviyali gipersirt topiladi yoki uning quyidan chegaralanmaganligi aniqlanadi.

4. Mumkin bo’lgan rejalar to’plamining eng past saviyali gipersirt bilan kesishgan nuqtasi aniqlanadi va maqsad funktsiyaning bu nuqtadagi qiymati topiladi.

Quyidagi masalalarni geometrik talqinidan foydalanib yechamiz:

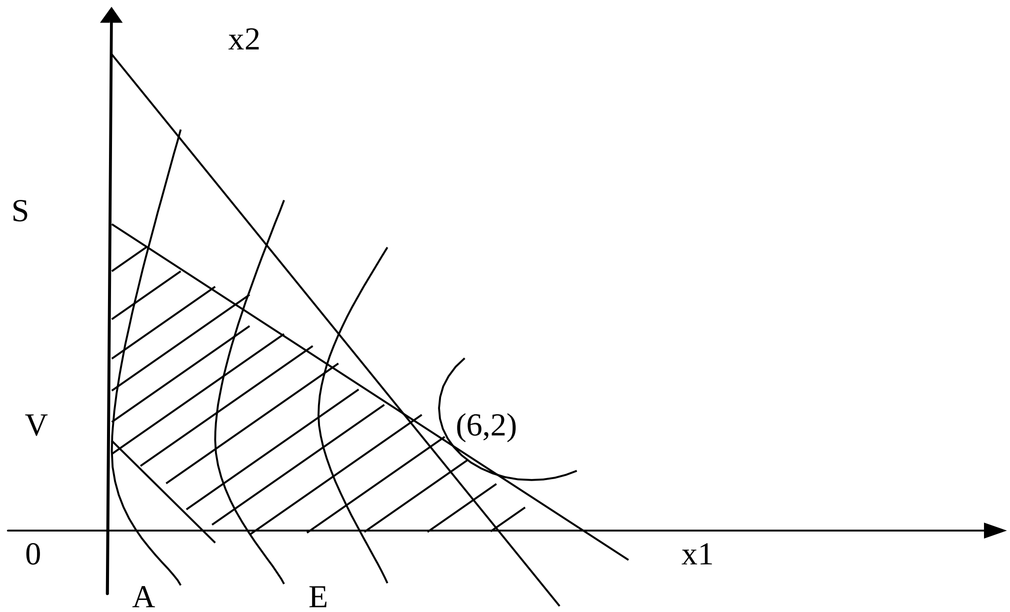
1-misol.

$$x_1 + x_2 \square\ 8,\ 2x_1 + x_2 \square\ 15,$$

$$x_1 + x_2 \square\ 1,$$

$$x1\ \square 0,\ x_2 \square\ 0,$$

$$Z = f(x_1, x_2,) = (x_1 - 6)^2 + (x_2 - 2)^2\ \square max(min).$$



5-rasm

Masalaning chegaraviy shartlarini qanoatlantiruvchi nuqtalar to’plami ABCDE beshburchakdan iborat bo’ladi (5 - rasm). Agar $Z=Q$ $(Q>0)$ deb qabul qilsak, $(x_1-6)^2+(x_2-2)^2=Q$ tenglama markazi M (6.2) nuqtada va radiusi $\sqrt{Q}$ ga teng bo’lgan aylanani ifoda etadi. Q ning qiymatini orttirib yoki kamaytirib borish natijasida Z ning qiymati ham ortib yoki kamayib boradi. M nuqtadan turli radiusli aylanalar (parallel gipersirtlar) o’tkazib borib, Z funksiyaga eng kichik yoki eng katta qiymat beruvchi nuqtani topish mumkin.

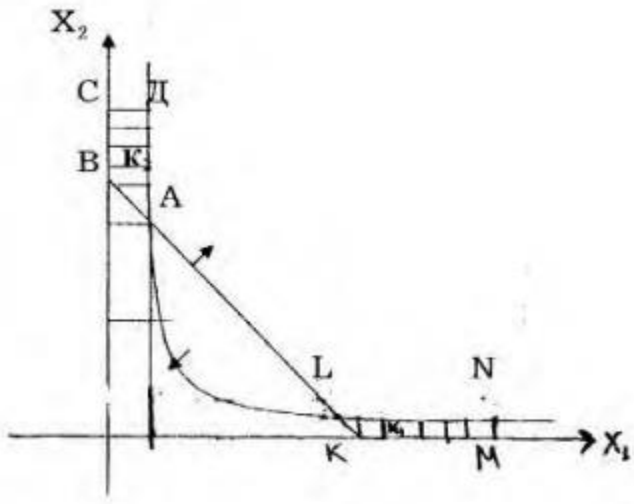
2 – misol.

$$x_1 \cdot x_2 \le 4,$$
$$x_1 + x_2 \ge 5,$$
$$x_1 \le 7,$$
$$x_2 \le 6,$$
$$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,$$
$$Z = x_1^2 + x_2^2 \to \max(\min).$$

Bu masalaning mumkin bo’lgan rejalar to’plami qavariq to’plam bo’lmaydi, aksincha ikkita ayrim $K1$ va $K2$ qismlardan iborat bo’ladi. (6-rasm). Maqsad funksiya o’zining minimal qiymati $Z=17$ ga $A(1,4)$ va $L(4,1)$ nuqtalarda erishadi.

D(2/3;5) va *N(4;7/4)* nuqtalarda esa funksiya mahalliy maksimum qiymatlarga erishadi:

$$Z(D)=\frac{328}{9} \quad Z(N)=\frac{2417}{49}$$



6-rasm

XULOSA

Mahalliy maksimum qiymatlarni solishtirish Z funksiyaning N nuqtada global maksimumga erishishini ko'rsatadi. D va N nuqtaning koordinatalari va ulardagi Z funksiyaning qiymati quyidagicha topiladi:

$D(x_1^*, x_2^*)$ nuqta $x_2=6$ to'g'ri chiziqda $x_2=\frac{4}{x_1}$ egri chiziqda yotgani uchun uning koordinatalari bu tenglamalarni qanoatlantirishi kerak, ya'ni

$$\begin{cases} x_2^*=6 \\ x_2^*=\frac{4}{x_1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1^*=\frac{2}{3} \\ x_2^*=6 \end{cases}$$

$$Z^*=x_1^{*2}+x_2^{*2} \quad Z^*=Z(D)=\frac{328}{9}$$

Xuddi shu nuqta $x_2=7$ to'g'ri chiziqda $x_2=\frac{4}{x_1}$ egri chiziqning kesishgan nuqtasi bo'lgani uchun uning x_1^0, x_2^0 koordinatalari bu tenglamalarni qanoatlantirish kerak, ya'ni

$$\begin{cases} x_1^0=7, & x_1^0=7 \\ x_2^0=\frac{4}{x_1^0}, & x_2^0=\frac{4}{7} \\ Z^0=x_1^0+x_2^0, & Z^0=\frac{2417}{49} \end{cases}$$

REFERENCES

1. Акулич И.А. Математическое программирование в примерах и задачах. Учебное пособие для вузов. М. «Высшая школа»,1986.
2. Банди Б. Основы линейного программирования. Учебное пособие. М.: Радио и связь, 1989 .
3. Бабаджанов Ш.Ш. Математическое программирование. Учебное пособие. Т.: “IQTISOD-MOLIYA”, 2006.
4. Вентцель Е.С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология.- М.: Наука, 1988 .
5. Жуманиёзов Х.Н., Отаниёзов Б ва бошқалар. Математик программалаштириш (дарслик). Т. Адабиёт жамғармаси нашриёти, 2005.
6. Замков О.О. и др. Математические методы в экономике. Учебник МТУ. М: ДИС, 2000.
7. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. Перевод с английского. Издательство «Прогресс». М.1985 .
8. Исследование операций /Под. ред. Моудера Дж., Элмаграби С. М: Мир, 1985. I и II тома.
9. Исследование операций в экономике. /Под. ред. Кремера Н.Ш. М: ЮНИТИ, 1997.
10. Кузнецов Ю.М. Кузубов В.И., Волощенко А.Б. Математическое программирование – М: Высшая школа, 1980.
11. Кузнецов А.В., Новиков Г.И., Холод Н.И. Сборник задач по математическому программированию. Минск. «Высшэйшая школа», 1985.
12. Кузнецов А.В., Холод Н.И. Математическое прогаммирование. Учебное пособие, Минск. «Высшэйшая школа», 1984.
13. Математическое программирование учебное пособие /Под. ред. Кремера Н.Ш.- М.: Финстатинформ, 1996.
14. Райцкас Р.Л. и др. Количественниый анализ в эканомике. М.: Мир, 1992.
15. Сакович В.А. Исследование операций. Справочное пособие Минск. «Высшэйшая школа», 1991.
16. Сафаева Қ., Бекназарова Н. Операцияларнинг текширишнинг математик усуллари. (Ўкув қўлланма). I-қисм, Т.: Ўқитувчи, 1984, II-қисм Т.: Ўқитувчи, 1990.
17. Сафаева Қ. Математик дастурлаш. Дарслик. Т. Ибн-Сино, 2004. 19. Сафаева Қ. Математик программалаш. Ўкув қўлланма. Т. “ЎАЖБНТ” Маркази, 2004.
18. Сафаева Қ., Шомансурова Ф. “ Математик программалаш” фанидан маъруза матнлар тўплами. ТМИ, 2003.
19. Сафаева Қ., Адигамова Э.Б. «Математическое программирование». Курс лекций. Т.: “IQTISOD-MOLIYA”, 2006.
20. .Хазанова Л. Э. Математическое модилирование в экономике – М: Из-во БЕК, 1998.