ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ЗАДАЧА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПРОДОЛЬНЫХ ВОЛН ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ В УПРУГОЙ СРЕДЕ

Чориев Миржалол
Ташкентский химико-технологический институт

https://doi.org/10.5281/zenodo.7064117

Аннотация. *Среди практических задач одними из актуальных являются задачи, в которых рассматривается распространение волновых процессов в трехмерных упругих телах. Важное значение такие процессы имеют в строительстве подземных цилиндрических сооружений. Они возникают при землетрясениях и в ряде других случаев. Основными элементами большинства конструкций являются цилиндрические полости. Поэтому изучение динамических процессов в таких объектах представляет наибольший интерес. В данной статье обсуждается разработка численного алгоритма для исследования волновых процессов в трехмерных упругих цилиндрических полостях при воздействии стационарных нагрузок.*

Ключевые слова: *полость, граничные условия, коэффициенты Ламе, Пуассона, функция Бесселя и Неймана, уголь падающее и отраженных волны, плотность.*

SPATIAL PROBLEM OF INTERACTION OF LONGITUDINAL WAVES OF A CYLINDRICAL CAVITY IN AN ELASTIC MEDIUM

Abstract. *Among practical problems, one of the most topical are problems in which the propagation of wave processes in three-dimensional elastic bodies is considered. Such processes are of great importance in the construction of underground cylindrical structures. They occur during earthquakes and in a number of other cases. The main elements of most structures are cylindrical cavities. Therefore, the study of dynamic processes in such objects is of the greatest interest. This article discusses the development of a numerical algorithm for studying wave processes in three-dimensional elastic cylindrical cavities under the influence of stationary loads.*

Keywords: *cavity, boundary conditions, Lame, Poisson coefficients, Bessel and Neumann functions, angle of incident and reflected waves, density.*

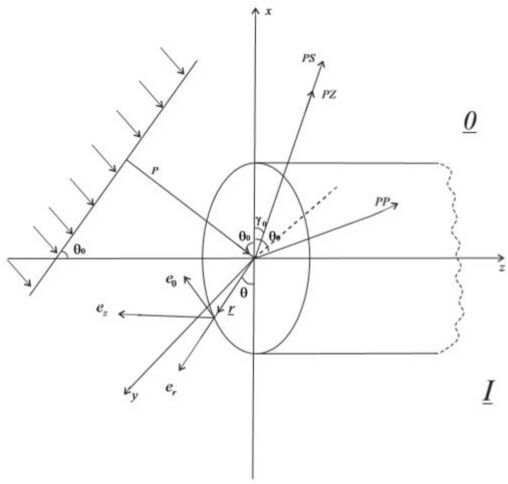
ВВЕДЕНИЕ

Среди практических задач одними из актуальных являются задачи, в которых рассматривается распространение волновых процессов в трехмерных упругих телах. Важное значение такие процессы имеют в строительстве подземных цилиндрических сооружений. Они возникают при землетрясениях и в ряде других случаев. Основными элементами большинства конструкций являются цилиндрические полости. Поэтому изучение динамических процессов в таких объектах представляет наибольший интерес. В данной статье обсуждается разработка численного алгоритма для исследования волновых процессов в трехмерных упругих цилиндрических полостях при воздействии стационарных нагрузок. Искомые функции, удовлетворяющие в интегродифференциальных уравнениях рассматриваемой упругой механической системы, зависят от трех пространственных переменных. В связи с линейностью постановки задачи имеется возможность уменьшения количества независимых переменных путем разложения в ряд Бесселя и Неймана искомых функций и давления по окружной координате. Каждая из систем уравнений далее решается аналитически разложения в ряд

Бесселя и Неймана. Составлена программа (на языке СИ++) на основе разработанного алгоритма. Расчеты показали, что при награждении в полости формируются волны напряжений. Характерной особенностью напряженного состояния при стационарном нагружении является возникновение соизмеримых по величине со сжимающими растягивающих напряжений, уже в первые моменты нагружения. Эффект усиления напряжений при входе волны в полости с большими растягивающими напряжениями.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

В цилиндрической система координатах r, θ, z расматривается распростронение продольных волн. Линейной уравнение движенине механических систем в векторной форме при отсутственние обемних сил принимает вид.



(рис 1)

$$\mu\nabla^2\vec{u} + (\lambda + 2\mu)\,graddi\vartheta\vec{u} = \rho\frac{\partial^2\vec{u}}{\partial t^2}\;; \tag{1}$$

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu\;)}; \qquad \mu = \frac{\nu E}{2(1+\nu\;)}; \tag{2}$$

Здесь $\vec{u}(u_x, u_y, u_z)$ -вектор перемещения точек среды; ρ - плотность среды; ν - коэффициент Пуассона; λ , μ - коэффициент Ламе.

Вектор перемешений среды представляем в виде потенциала

$$u = grad\varphi + rot\vec{\psi}, \vec{\psi}(\psi_r, \psi_\theta, \psi_z) \tag{3}$$

(3) подставляя (1) то получил следующею дифференциал уравнения среды

[1].

$$\nabla^2\varphi - \frac{1}{c_p^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = 0;\; \nabla^2\psi_Z - \frac{1}{c_S^2}\frac{\partial^2\psi_Z}{\partial t^2} = 0; \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}; \tag{4}$$

$$\nabla^2\psi_\theta-\frac{\psi_\theta}{r^2}+\frac{2}{r^2}\frac{\partial\psi_r}{\partial\theta}-\frac{1}{c_s^2}\frac{\partial^2\psi_\theta}{\partial t^2}=0;\nabla^2\psi_r-\frac{\psi_r}{r^2}+\frac{2}{r^2}\frac{\partial\psi_\theta}{\partial\theta}-\frac{1}{c_s^2}\frac{\partial^2\psi_r}{\partial t^2}=0;$$

C_p , C_s - продольная и поперечная скорость распространение волн среде.

На свободной поверхности полости

$$G_{rr}^{(p)}+G_{rr}^{(pp)}=G_{r\theta}^{(p)}+G_{r\theta}^{(pp)}=G_{rz}^{(p)}+G_{rz}^{(pp)}=0\ ; \tag{5}$$

РЕЗУЛЬТАТЫ

Решения уравнения (4) ищем в виде

$$\varphi_r=e^{i(n\theta-\frac{w\cos\theta_0}{C_{P0}}z-wt)}\varphi(r);\psi_z=e^{i(n\theta+\frac{w\cos\theta_0}{C_{P0}}z-wt)}\psi(r);\begin{pmatrix}\psi_\theta\\ \psi_r\end{pmatrix}=e^{i(n\theta+\frac{w\cos\theta_0}{C_{P0}}z-wt)}\psi(r); \quad (6)$$

(6) подставляем в (4), в в результате получим уравнения среды в следующий виде

$$\frac{\partial^2\varphi(r)}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi(r)}{\partial r}+\left(\frac{\omega^2}{c_p^2}(1-\cos^2\theta_0)-\frac{n^2}{r^2}\right)\varphi(r)=0$$

$$\frac{\partial^2\psi_z(r)}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\psi_z(r)}{\partial r}+\left(\frac{\omega^2}{c_s^2}(1-\cos^2\gamma_0)-\frac{n^2}{r^2}\right)\psi_z(r)=0 \tag{7}$$

$$\frac{\partial^2\psi_{r,\theta}(r)}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\psi_{r,\theta}(r)}{\partial r}+\left(\frac{\omega^2}{c_s^2}(1-\cos^2\gamma_0)-\frac{1}{r^2}(n^2+1)\right)\psi_{r,\theta}(r)=0$$

Где

$$\alpha=\left(\frac{\omega^2}{c_p^2}(1-\cos^2\theta_0)-\frac{n^2}{r^2}\right);\beta=\left(\frac{\omega^2}{c_s^2}(1-\cos^2\gamma_0)-\frac{n^2}{r^2}\right);\Omega=\left(\frac{\omega^2}{c_s^2}(1-\cos^2\gamma_0)-\frac{1}{r^2}(n^2+1)\right); \quad (8)$$

Соответствующие волновые числа продольных и поперечных волн.

ОБСУЖДЕНИЕ

Общее решение (7) в потенциалах имеет следующий вид.

$$\varphi^{(p)}=\varphi_0\sin\theta_0\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\ell^{i(n\theta-\frac{\omega\cos\theta_0}{c_{P0}}z-\omega t)}J_n(\alpha r)\ ;$$

$$\varphi^{(pp)}=A\sin\theta_0\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\ell^{i(n\theta+\frac{\omega\cos\theta_0}{c_{P0}}z-\omega t)}H_n^{(2)}(\alpha r)\quad ; \qquad (8)$$

$$\begin{pmatrix}\psi^{(ps)}\\ \psi^{(pz)}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}B\\ C\end{pmatrix}\cos\gamma_0\sum_{n=0}^{\infty}\ell^{i(n\theta+\frac{\omega\cos\gamma_0}{c_{S0}}z-\omega t)}\begin{pmatrix}H_n^{(2)}(\Omega r)\\ H_n^{(2)}(\beta r)\end{pmatrix}\ ;$$

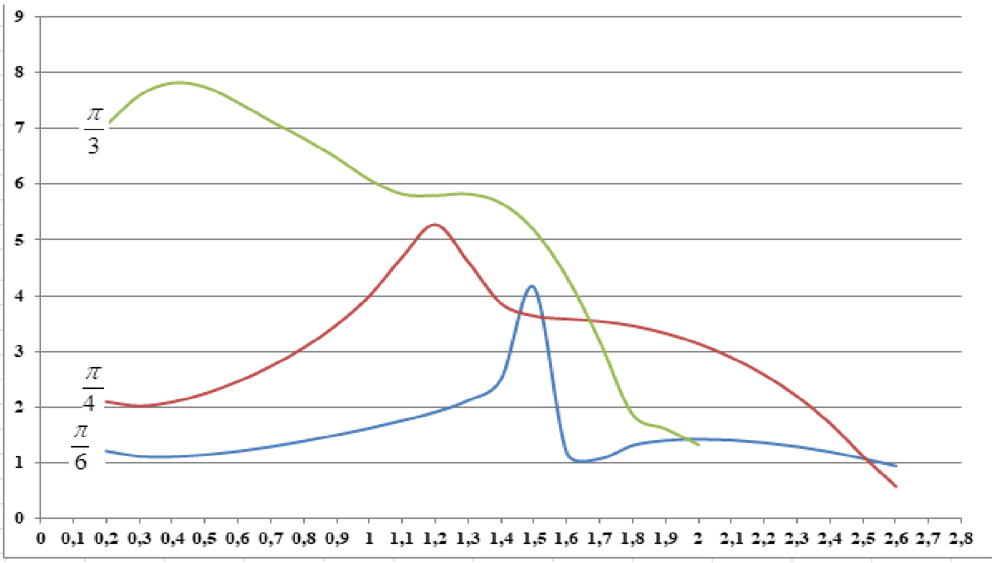
$\varphi^{(p)}$ - падающая волна расширения, $\varphi^{(pp)}$ - отраженная волна расширения, $\psi^{(ps)},\psi^{(pz)}$ - отраженная волна сдвига по оси Z , θ ;

φ_0 - амплитуда продольных падающих волн; θ_0, γ_0 - угол падающей и отраженных волн; $J_n(\alpha r)$, $H_n^{(2)}(\alpha r)$, $H_n^{(2)}(\Omega r)$, $H_n^{(2)}(\beta r)$ - функция Бесселя и Ханкеля второго рода n – го порядка; A,B,C – неизвестные коэффициенты которое определяется с граничных условий. Когда значение аргумента (7) увеличивается больше трех тогда для вычислении значении функции Бесселя и Ханкеля используется асимптотика.

Колцевое напряжения полости.

$$\frac{1}{2\mu}G_{\theta\theta}^{(pp)} = A\cdot\sin\theta_0\left(\begin{array}{l}\frac{1-\nu}{1-2\nu}\alpha^2\cdot H_n^{(2)//}(\alpha r)+\frac{1-\nu}{r^2(1-2\nu)}\cdot(-n^2)\cdot H_n^{(2)}(\alpha r)+\\ +\frac{1-\nu}{r^2(1-2\nu)}\cdot\alpha\cdot H_n^{(2)/}(\alpha r)+\frac{\nu}{1-2\nu}\cdot\left(-\frac{\omega^2\cos^2\gamma_0}{c^2_{so}}\right)\cdot H_n^{(2)}(\Omega r)\end{array}\right)-$$

$$-B\cdot\cos^2\gamma_0\cdot\frac{1}{r}\cdot\frac{i\omega}{c_{so}}\cdot H_n^{(2)}(\Omega r)+C\cdot\cos\gamma_0\cdot\left(-\frac{1}{r}\cdot i\cdot n\cdot\beta\cdot H_n^{(2)/}(\beta r)\right)$$



Колцевое напряжение полости при различных углах

ВЫВОДЫ

В случае достаточно протяженной полости и воздействия, направленного перпендикулярно продольной оси, окружающая полость среды и обделки находятся в условиях плоской деформации, а задачи определения напряженного состояния массива и обделок сводятся к плоской задаче динамической теории упругости.

REFERENCES

1. И.И.Сафаров – Колебания волны в диссилакативна неоднородных средах и конструкциях издательство “Фан” Ташкент 1991г.
2. Л.Д.Ландау, Е.М.Лившиц – Теория упругости М. “ НАУКА” ГРФМЛ 1987
3. Мусахоновна Қ. Л. УЗЛУКСИЗ ТАЪЛИМ ТИЗИМИДА БИОЛОГИЯ ФАНИДАН САМАРАДОРЛИККА ЭРИШИШДА ЭЛЕКТРОН ТАЪЛИМИЙ ВОСИТАЛАРДАН ФОЙДАЛАНИШНИНГ ИЛМИЙ-АМАЛИЙ АСОСЛАРИ //Science and innovation. – 2022. – Т. 1. – №. B3. – С. 577-585.
4. Dzhuraev R. K., Karakhanova L. M. Model of the organization of research activities of 10th grade students in teaching physics and biology //International journal of discourse on Innovation, integration and education. – 2021. – Т. 2. – №. 01. – С. 296-300.
5. ДЖУРАЕВ Р. Х., КАРАХАНОВА Л. М. Модель организации исследовательской деятельности учащихся 10 классов при преподавании физики и биологии //International journal of discourse on Innovation, integration and education. – 2021. – Т. 2. – №. 1. – С. 295-299.
6. Musokhonovna K. L. ICT-As a means of achieving new educational results in teaching natural disciplines in secondary schools //ACADEMICIA: An International Multidisciplinary Research Journal. – 2021. – Т. 11. – №. 10. – С. 315-321.
7. Kharaxonova L. M. SPECIFIC ASPECTS OF MEDIA EDUCATION AND ITS USE IN HIGH SCHOOLS //Academic research in educational sciences. – 2021. – Т. 2. – №. CSPI conference 3. – С. 278-284.
8. Караханова Л. 6. DEVELOPMENT OF STUDENTS'KNOWLEDGE BASED ON THE USE OF 3D EDUCATIONAL TECHNOLOGIES IN THE BIOLOGY EDUCATION //Образование и инновационные исследования международный научно-методический журнал. – 2020. – №. 2. – С. 55-59.
9. Джураев Р. Х., Карахонова Л. М. Медиаобразование как фактор повышения качества обучения школьников //Образование через всю жизнь: непрерывное образование в интересах устойчивого развития. – 2013. – Т. 11. – №. 2. – С. 322-323.
10. Сафарова Р. Г. и др. Ўқувчи-ёшларни оммавий маданият хуружларидан ҳимоя қилишнинг назарий-методологик асослари. – 2017.
11. Karakhanova L. M. USE OF MEDIERE RESOURCES IN THE EDUCATIONAL PROCESS OF BIOLOGY IN SCHOOLS //International Scientific Review of the problems of pedagogy and psychology. – 2018. – С. 68-70.
12. Karakhonova L. M. Using the electronic educational resources in biology lessons //INTERNATIONAL SCIENTIFIC REVIEW OF THE PROBLEMS OF PHILISOPHY, PSYCHOLOGY AND PEDAGOGY. – 2019. – С. 35-39.
13. Jurayev, R. K., & Karakhanova, L. M. (2020). Scıentific And Methodical Bases Of The Use Of Electronic Educational Resources In Teaching Biology In General Educational Schools. International Journal of Advanced Science and Technology, 29(8), 3500-3505.
14. Musaxonovna, K. L. (2022). General secondary schools requirements for the introduction of informed educational resources for the development of natural sciences. *ACADEMICIA: An International Multidisciplinary Research Journal*, *12*(5), 855-860.

15. Караханова Л. М. НОВЫЕ ИНТЕРАКТИВНЫЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ В СОВРЕМЕННОМ ОТКРЫТОМ ОБРАЗОВАНИИ В ОБУЧЕНИИ ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК //Academic research in educational sciences. – 2021. – Т. 2. – №. CSPI conference 1. – С. 1303-1305.
16. Джураев, Р. Х., & Карахонова, Л. М. (2022). ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ СОПРОВОЖДЕНИЕ ОДАРЕННЫХ ДЕТЕЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫМИ УЧРЕЖДЕНИЯМИ. *INTEGRATION OF SCIENCE, EDUCATION AND PRACTICE. SCIENTIFIC-METHODICAL JOURNAL*, *3*(4), 66-70.
17. ДЖУРАЕВ Р. Х., КАРАХАНОВА Л. М. Модель организации исследовательской деятельности учащихся 10 классов при преподавании физики и биологии //International journal of discourse on Innovation, integration and education. – 2021. – Т. 2. – №. 1. – С. 295-299.