УЧ ЎЛЧОВЛИ СОҲАНИ ДИСКРЕТЛАШ МАСАЛАСИ ВА ҲАЛ ҚИЛУВЧИ ТЕНГЛАМАЛАР СИСТЕМАСИНИ ЕЧИШ

Нурқулов Жалолиддин Алишер ўғли
Гулистон давлат университети Ахборот технологиялари факультети Амалий математика ва информатика йўналиши талабаси
https://doi.org/10.5281/zenodo.6891742

Аннотация. *Мақолада уч ўлчовли соҳани дискретлаш масаласи ва ҳал қилувчи тенгламалар системасини ечиш масаласи қаралган.Қаралаётган масала учун ҳал қилувчи тенгламалар системаси чизиқли алгебраик тенгламалар системасининг хусусиятларидан келиб чиқиб, мавжуд ечиш усулларини такомиллаштириш орқали ечилган. Бу қисмда кўриб чиқилган визуаллаштириш модели бирор текисликдаги сиртни ундаги аниқланган тугун нуқталар қийматлари асосида чизиқли акс эттиришга асосланган.*

Калит сўзлар: *композицион, конструкция, термоэластик, иссиқлик ўтказувчанлик, деформация, математик модел, динамик, тензор, квадрат пластина.*

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИСКРЕТИЗАЦИИ ТРЕХМЕРНОЙ СФЕРЫ И СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ИХ РЕШЕНИЯ

Аннотация. *В статье рассматривается проблема дискретизации трехмерной сферы и проблема решения системы решающих уравнений.Система решающих уравнений для рассматриваемой задачи решалась на основе характеристик системы дифференциально-алгебраических уравнений и путем усовершенствования существующих методов решения.Рассматриваемая в этой части модель визуализации основана на детальном отражении поверхности любой плоскости на основе значений выявленных в ней узлов.*

Ключевые слова: *композицион, конструкция, термоупругость, теплопроводность, деформация, математическая модель, динамика, тензор, квадратная пластина.*

SOLVING THE PROBLEM OF DISCRETIZATION OF A THREE-DIMENSIONAL SPHERE AND THE SYSTEM OF EQUATIONS FOR THEIR SOLUTION

Abstract: *The article deals with the problem of discretization of the three-dimensional sphere and the problem of solving the system of solving equations.The system of solving equations for the considered problem was solved based on the characteristics of the system of differential algebraic equations and by improving the existing solution methods.The visualization model considered in this part is based on the detailed reflection of the surface of any plane based on the values of the identified nodes in it.*

Keywords: *composition, construction, thermoelastic, thermal conductivity, deformation, mathematical model, dynamic, tensor, square plate.*

КИРИШ

Муайян соҳани чекли элементларга ажратиш жараёни дискретлаш деб аталади. Жисмнинг дискрет модели деганда биз қуйидаги тўпламни фараз қиламиз:

$$\Omega = \{N, M, MK, MN\} \ ,$$

бунда:

N – дискрет моделдаги тугун нуқталар сони;

M – чекли элементлар сони;

MK – тугун нуқталари координаталаридан ташкил қилинган массив;

MN – чекли элементларни ташкил қиладиган тугун нуқталар номерларидан тузилган массив.

Дискрет моделдаги тугун нуқталардан иборат бўлган массивнинг ўлчами MK[1..N,1..V], бунда V – соҳанинг ўлчами. Дискрет моделдаги чекли элементларни ташкил қиладиган тугун нуқталар номерларидан тузилган массив ўлчами MN[1..M,1..T], бунда T – чекли элементдаги тугун нуқталар сони.

Агар соҳа мураккаб бўлса, у ҳолда қуйидаги амаллар бажарилади. Аввало мураккаб соха бир неча элементар соҳа остига ажратилади. Элементар соҳа ости деганда биз дискретлаш жараёнини автоматлаштириш имкони мавжуд бўлган соҳага айтамиз.

У ҳолда қуйидаги муносабат ўринли,

$$\Omega=\sum_{e=1}^{r}\Omega^{e}$$

бунда r – элементар соҳалар сони; e – соҳанинг тартиб номери; Ω^{e} - e – чи соҳанинг дискрет модели бўлиб қуйидаги кўринишга эга:

$$\Omega^{e}=\left\{N_{e},M_{e},MK_{e},MN_{e}\right\}$$

Бунда

N_e – e – элементар соҳадаги тугун нуқталар сони;

M_e - чекли элементлар сони;

MK_e - тугун нуқталари координаталаридан ташкил қилинган массив;

MN_e - чекли элементларни ташкил қиладиган тугун нуқталар номерларидан тузилган массив.

Ягона, яъни бошланғич қаралаётган соҳанинг дискрет моделини қуриш жараёни қуйидагича. Аввало икки элементар соҳани уланиш шартини келтирамиз. Агар икки соҳа бир – бири билан умумий юзага эга бўлса, шу билан бирга юзалар томонлари билан умумий бўлса ва томонларидаги тугун нуқталар устма - уст тушса, у ҳолда кўрилаётган икки сохани бир бирига улаш мумкин.

Фараз қилайлик кўрилаётган элементар сохалар бу шартни каноатлантиради. Унда қуйидаги алгоритм бўйича бу соҳалар бирлаштирилади:

a) бошланғич маълумот сифатида биринчи - Ω_1 дискрет модел элементлари олинади ;

b) навбатдаги Ω_2 дискрет моделдаги MK_2 – тугун нуқталар координаталаридан иборат бўлган массив элементлари MK_1 массив координаталари билан қуйидаги шарт бўйича солиштирилади: $\left|X_i^1-X_j^2\right|\le\varepsilon\,\&\,\left|Y_i^1-Y_j^2\right|\le\varepsilon\,\&\,\left|Z_i^1-Z_j^2\right|\le\varepsilon$. Агар бу шарт бажарилса , у ҳолда икки солиштирилган нуқта устма уст тушади дейилади, бундай нуқталарнинг сонини K деб аниқлайлик. Умумий MK - массив элементларига иккинчи соҳадаги устма - уст тушмаган тугун нукталарга ягона тартиб бўйича дастлабки номер берилади;

c) мос равишда MN_2 – даги тугун нуқталар номерлари ўзгартирилади ва умумий MN чекли элементлар бўйича ҳосил бўладиган массивга қўшилади ;

d) $N = N_1 + N_2 - K$; $M = M_1 + M_2$;

e) дастлабки соҳа сифатида иккита соҳа йиғиндисидан иборат бўлган дискрет модел олиниб, жараён бошидан давом этиб, охирги элементар соҳа бирлашгунча давом этади.

Шу алгоритм асосида дастлабки берилган уч ўлчовли мураккаб соҳанинг дискрет модели яратилади.

Жисмнинг дискрет моделини яратиш , яъни уни чекли элементларга ажратиш қўйилган масалани ечишнинг биринчи қадами ҳисобланади ва назарий асосга эга эмас.

Шунинг учун иложи борича кўрилаётган жисмни ҳар томонлама ўрганиб уни чекли элементлар ёрдамида ифодалаш керак. Ҳар бир хусусий ҳолда бу жараёнга индивидуал ёндашиш керак ва чекли элементлар ёрдамида кераклича майдалаган ҳолда жисмни тўлдириш керак. Жисмни чекли элементларга ажратиш уч босқичдан иборат:

Биринчи босқичда ҳар хил элементар соҳаларни дискретлаш алгоритмлари тузилади, иккинчи босқичда шу элементар соҳалар ёрдамида бошланғич соҳа хосил қилинади (бир бирига ёндашган соҳалар ўзаро уланади) ва якуний босқичда жисмнинг дискрет моделидаги тугун нуқталар номерлари оптимал равишда тайинланади.

Уч ўлчовли мураккаб соҳада ҳам дискретлаш жараёнини автоматлаштириш мумкин.

Чекли элементлар усулининг чизиқли алгебраик тенгламаси коэффициентларининг кўп қисминоллардан иборат бўлади ва жисмни ҳосил қилувчи чекли элементлар ва тугун нуқталарини номерлаш жараёнига катта аҳамият бериш керак. Чунки бу жараён тенгламалар системасини ечиш вақтини ошириб юборади. Шунинг учун тугун нуқталар ва чекли элементларни шундай оптимал номерлаш керак-ки, пировард натижада тенгламалар системасининг тузилиши ленталик кўринишига эга бўлиши керак. Бунда нолга тенг бўлмаган коэффициентлар лентасиниг узунлиги иложи борича кичик бўлиши керак. Бунинг учун биз жисмнинг дискрет моделини тузиш учун “фронтал” усулни қўллаймиз [2]. Бу усулни қуллаш натижасида бошланғич ҳолдаги дискрет моделидаги тугун нуқталар ва чекли элементлар қайтатдан номерланади. Шунинг натижасида жисмнинг оптимал дискрет модели тузилади. Одатда, уч улчовли жисмларни дискретлаш учун тетраэдрлар ва тўртбурчакли призмалар фойдаланилади. Лекин қулайлироғи албатта тўртбурчакли призмалардир, чунки улардан дискрет модел хосил қилиш анча енгилроқдир ва жараённи визуаллаштириш равон тасаввур қилинади.

ТАДҚИҚОТ МАТЕРИАЛЛАРИ ВА МЕТОДОЛОГИЯСИ

Амалий масалаларни ечиш жараёнида Ax=B юқори тартибли чизиқли тенгламалар системасини ечиш талаб қилинади.Аксарият тенгламалар системасининг ечиш методи бир биридан унча фарк қилмай, уларнинг амалга оширилиши тўлалигича ҳисоблаш системасининг техник имкониятларидан келиб чикади.Натижавий тенгламалар системасининг икки хусусияти: симметрик-лентасимон тузилиши ва матрицанинг мусбат аникланганлиги уни идеал тарзда ифодалайди.Лентасимон симметриянинг мавжудлиги матрицанинг нолга тенг бўлмаган ҳадларининг ярмини хисобга олмаса ҳам бўлишини англатади.Мусбат аниқланганлиги эса бош диагоналдан иборат коэффициент мусбат эканини ва қиймат жиҳатидан мос қаторларнинг ихтиёрий бошқа коэффициентидан кўп марта катта эканлигини билдиради.Мазкур хусусиятнинг мавжудлиги ҳисоблашлар ҳажмини камайтириб, яхлитлашлардаги катта хатоликларни бартараф қилишга имкон яратади.

Квадрат илдизлар методи - симметрик лентасимон матрицали юқори тартибли алгебраик чизиқли системани ечиш тўғри ва энг қисқа методларидан бири бўлиб, у арифметик жиҳатдан хам, оператив хотирадан фойдаланиш жиҳатидан ҳам қулай ҳисобланади.Методнинг моҳияти қуйидагилардан иборат, [A] матрица иккита ўзаро транспонирланган учбурчак матрицаларнинг кўпайтмаси шаклида ифодаланади $[A]=[T]'[T]$, бу ерда

$$T=\begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & \dots & t_{1n} \\ 0 & t_{22} & \dots & t_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & t_{nn} \end{bmatrix}.$$

$[T]$ матриcанинг элементлари қуйидаги формулалардан аниқланади:

$$t_{11}=\sqrt{a_{11}}\ ; \quad t_{1j}=\frac{a_{1j}}{t_{11}},(j>1); \quad t_{ii}=\sqrt{a_{ii}-\sum_{k=1}^{i-1}t_{ki}},(1<i\le n);$$

$$t_{ij}=\frac{a_{ij}-\sum_{k=1}^{i-1}t_{ki}\,t_{kj}}{t_{ii}}\ (i<j)\ ; \quad i>j \text{ да } t_{ij}=0.$$

[A] (X) = (B) тенгламалар системаси қуйидагича ифодаланади:

[T]´(Y) = (B) va

[T] (X) = (Y).

(Y) ва (X) векторлар қийматлари қуйидаги формулалардан топилади:

$$y_1=\frac{b_1}{t_{11}}; \quad y_i=\frac{b_i-\sum_{k=1}^{i-1}t_{ki}\,y_k}{t_{ii}}\ (i>1); \quad x_n=\frac{y_n}{t_{nn}}; \quad x_i=\frac{y_i-\sum_{k=1}^{n}t_{ik}\,x_k}{t_{ii}}\ (i<n).$$

ТАДҚИҚОТ НАТИЖАЛАРИ

Квадрат илдизлар методининг тескари юришидаги топилган вектор (X)= (q) бир масаланинг ечими бўлиб, кўриб ўтилаётган жисмнинг модели дискрет бўғинларининг кўчишлари қийматларидан иборат.

Квадрат илдизлар методи бошка методларга нисбатан вақтдан катта ютуқ бериб, бажариладиган арифметик операциялар миқдори деярли икки марта қискариб, ундан ташқари метод ҳисоблашларни бошқариш учун содда услубни беради.

Чекли элементлар усулидан фойдаланиш чизиқли алгебраик тенгламалар системасига олиб келади.Тенгламалар системасини ечиш учун квадрат илдизлар методининг коэффициентлар матрицасининг симметрик лентасимон тузилмаси учун модификациясидан фойдаланилади [12].Ҳар бир якуний элемент чекли сондаги бошка элементлар билан боғлиқ бўлиб, бу тенгламалар системасининг матрицаси кам тўлдирилган ҳолатда ҳосил бўлади.Матрицадаги коэффициентлар жойлашуви жисмдаги бўғинларнинг номерланиши билан узвий боғлик.

Тасодифий тартибда номерлашда матрицадаги ноллар ҳам тартибсиз жойлашиб, бу эса ечиш вақтини ортиб кетишига олиб келади. Шу сабабли нол бўлмаган элементлар матрицанинг бош диагонали атрофига жойлашадиган тартибда, яъни йўлакча (лента) ҳосил қиладиган шаклда номерлаш керак бўлади. Дискрет моделдаги бўғинлар рақамларининг тартибланиши ечим тенгламалар системасини нол бўлмаган коэффициентлари лентасининг кенглигини қисқартиришга ёрдам беради. Ечим тенгламалар системаси матрицасининг коэффициентлари ва якуний элементлар метрицаси коэффициентлар симметрик бўлиб, тенгламалар системасини ечиш босқичида фақатгина диагонал ва ундан пастда жойлашган коэффициентларни яъни пастки учбурчакни матрицани олиниши керак бўлади. Бундаги элементлар хам лентасимон тузилмага эга бўлади. Квадрат илдизлар методидаги алмаштиришларда асосан матрицани векторга кўпайтириш амали қўлланилиб, у ҳолда фақатгина матрицанинг пастки учбурчаги коэффициентлари учун матрицани векторга кўпайтириш алгоритмини ишлаб чиқиш керак бўлади. Агар бу коэффициентларни қаторларга жойлаштирилса, тўғри бурчакли матрица S_{ij} ҳосил бўлиб, унинг ўлчамлари *nxl* бўлиб, бу ерда n- тенгламалар системаси тартиби, l - нол бўлмаган элементларининг диагоналлари билан биргаликдаги лентаси ярим кенглиги. Бунда квадрат матрицанинг диагонал элементлари S_{ij} матриссанинг l – устунида жойлашади.

МУҲОКАМА

Алмаштиришларни тасвирлаш учун n=9 ва l=4 бўлсин. Бу ҳолда қуйи учбурчак матрица ва S_{ij} тўгри бурчакли матрицанинг коэффициентлари қуйидаги кўринишда бўлади:

$$T' = \begin{bmatrix} t_{11} & & & & & & & & \\ t_{21} & t_{22} & & & & & & & \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & & & & & & \\ t_{41} & t_{42} & t_{43} & t_{44} & & & & & \\ 0 & t_{52} & t_{53} & t_{54} & t_{55} & & & & \\ 0 & 0 & t_{63} & t_{64} & t_{65} & t_{66} & & & \\ 0 & 0 & 0 & t_{74} & t_{75} & t_{76} & t_{77} & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & t_{85} & t_{86} & t_{87} & t_{88} & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & t_{96} & t_{97} & t_{98} & t_{99} \end{bmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & s_{14} \\ 0 & 0 & s_{23} & s_{24} \\ 0 & s_{32} & s_{33} & s_{34} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} \\ s_{51} & s_{52} & s_{53} & s_{54} \\ s_{61} & s_{62} & s_{63} & s_{64} \\ s_{71} & s_{72} & s_{73} & s_{74} \\ s_{81} & s_{82} & s_{83} & s_{84} \\ s_{91} & s_{92} & s_{93} & s_{94} \end{bmatrix}$$

S_{ij} матриссани x_j векторга кўпайтириш жараёнини шакллантириш матрицанинг диагоналларида жойлашган, алмаштирилган элементларидан фойдаланган ҳолда қуйидаги муносабатларга олиб келинади:

$$y_i = \sum_{j=1}^{i-1} s_{i,l+j-i} x_j + \sum_{j=i}^{i+l-1} s_{j,i+l-j} x_j \text{, бунда } 1 \le i \le l;$$

$$y_i = \sum_{j=1}^{l-1} s_{i,j} x_{i-l+j} + \sum_{j=i}^{i+l-1} s_{j,i+l-j} x_j$$, бунда $l+1 \le i \le n-l+1$;

$$y_i = \sum_{j=1}^{l-1} s_{i,j} x_{i-l+j} + \sum_{j=i}^{n} s_{j,i+l-j} x_j$$, бунда $n-l+2 \le i \le n$.

ХУЛОСА

Хулоса қилиб айтганда юқорида келтирилган муносабатлар квадрат илдизлар методида нол қийматли ва юқори учбурчак коэффициентларидан фойдаланмай қуйи учбурчакнинг мос симметрик коэффициентларини қўллашга имконият яратади.Келгуси мақолаларимизда боғлиқ масалаларга қўшимча ташқи таъсирлар орқали унинг ҳолатини ўзгаришини, уларни сонли ечиш усулларини ўрганиш ва бу масалаларнинг дастурий таьминотини яратиш билан давом эттирамиз.

REFERENCES

1. Победря Б.Е. Численные методы в теории упругости и пластичности.-М.: МГУ, 1996. – 343 с.
2. Безухов Н.И., Лужин О.В. Приложение методов теории упругости и пластичности к решению инженерных задач. М.: Высшая школа, 1974. С. – 200 с.
3. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике: Пер. с англ. – М.: Мир, 1975. – 541 с.
4. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов: Пер. с англ. – М.: Мир, 1987. – 374 с.
5. Полатов А.М. Математическая модель и программное обеспечение для расчета процесса упругого деформирования трехмерного анизотропного тела со сферической полостью. //Труды IV Всероссийской научной конференции с международным участием. «Математическое моделирование и краевые задачи». Часть 1.- Самара: СГТУ, 2007 г., с. 185-187.
6. Халджигитов А.А., Каландаров А.А., Абдураимов Д.Э. Численное решение динамической краевой задачи теории упругости для ортотропных тел // Инновацион ва замонавий ахборот технологияларини таълим, фан ва бошқарув соҳаларида қўллаш истиқболлари халқаро конференцияси материаллари 2020 йил 14-15 май, 548-551 бетлар.
7. Абдураимов, Достонбек Эгамназар Ўғли, Малика Норкуловна Норматова, and Рената Фидановна Монасипова. "ЛИБМАН ТИПИДАГИ ИТЕРАЦИН УСУЛНИ ЭЛАСТИКЛИК НАЗАРИЯСИ МАСАЛАСИГА ҚЎЛЛАШНИНГ МАТЕМАТИК МОДЕЛИ." *Science and Education* 2.1 (2021): 15-20.
8. Абдураимов Д. Э. Ў., Адилов А. Н., Турдиев А. П. Ў. АНИЗОТРОП ВА ИЗОТРОП ЖИСМЛАР УЧУН ТЕРМОЭЛАСТИК БОҒЛИҚ МАСАЛАНИНГ ИККИ ЎЛЧОВЛИ ҲОЛАТДАГИ МАТЕМАТИК МОДЕЛИ //Scientific progress. – 2021. – Т. 1. – №. 5. – С. 449-453.

Нуркулов Ж. А. Ў. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ ПО ПРОТОКОЛАМ В КОРПОРАТИВНОЙ СЕТИ //Science and innovation. – 2022. – Т. 1. – №. A3. – С.