

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЗАДАЧИ ТЕРМОУПРУГОГО СОЕДИНЕНИЯ ДЛЯ ИЗОТРОПНЫХ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДНЫХ ТЕЛ

Нуркулов Жалолиддин Алишер ўғли

Студент Гулистанского государственного университета

<https://doi.org/10.5281/zenodo.6891714>

**Аннотация.** В статье получены и проанализированы результаты, полученные на основе математической модели и программного обеспечения термоупругой зависимой задачи для тела изотропного параллелепипеда, математическая модель зависимой задачи термоупругости для тела изотропного параллелепипеда представлена в алгоритме и визуальное представление результата, полученного в его программном объединении.

**Ключевые слова:** композицион, конструкция, термоупругость, теплопроводность, деформация, математическая модель, тензор, квадратная пластина.

### MATHEMATICAL MODEL AND SOFTWARE FOR THE PROBLEM OF THERMOELASTIC CONNECTION FOR ISOTROPIC PARALLELEPIPED BODIES

**Abstract.** In the article, the results obtained on the basis of the mathematical model and software of the thermoelastic dependent problem for the isotropic parallelepiped body were obtained and analyzed. The mathematical model of the thermoelastic dependent problem for the isotropic parallelepiped body was presented in the algorithm and the visual representation of the result obtained in its software association.

**Keywords:** composition, construction, thermoelastic, thermal conductivity, deformation, mathematical model, tensor, square plate.

### ВВЕДЕНИЕ

Исследование процессов деформирования конструкций и их элементов с одновременным учетом тепловых и механических факторов играет важную роль во многих прикладных задачах науки и техники, связанных с нагреванием различных частей исследуемого объекта. Эти процессы обычно, удобно сформулировать в виде связанных или несвязанных термоупругих и термопластических краевых задач. Несвязанные задачи термоупругости и термопластичности и их численные методы решения достаточно хорошо изучены в литературе [1,2,].

Связанные задачи термоупругости и термопластичности являются важным и бурно развивающимся направлением механики деформируемого твердого тела. В общем случае связанная краевая задача состоит из уравнения движения твердого тела рассматривающегося в сочетании с уравнением притока тепла. Необходимо заметить, что система дифференциальных уравнений в частных производных, состоящая из трех уравнений движения и одного уравнения притока тепла, зависящих от трех компонентов перемещения и температуры относятся, соответственно, гиперболическому и параболическому типу. В общем случае система уравнений является нелинейной и сложной исследований. Даже, а одномерном случае связанная термоупругая задача не поддается аналитическому решению, кроме некоторых обособленных частных случаев [1].

Предлагаемая статья посвящена численному решению трехмерной динамической связанной задачи термоупругости для изотропного параллелепипеда. На основе метода конечных разностей выписаны явные и неявные сеточные уравнения. Для решения неявных сеточных уравнений применяется метод прогонки. На основе двух численных методов построены графики характеризующие изменение перемещений и температуры относительно времени и координатным осям. Сравнения показывают, что численные результаты связанной термоупругой задачи полученные на основе явных и неявных схем достаточно близки.

### МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Рассмотрим связанную динамическую задачу термоупругости для изотропных материалов.

Она состоит из уравнения движения

$$\sigma_{ij,j} + X_i = \rho \ddot{u}_i \quad (1)$$

соотношения Дюамеля-Неймана между напряжениями и деформациями для изотропных материалов[2]

$$\sigma_{ij} = \lambda \theta \delta_{ij} + \mu \varepsilon_{ij} - \alpha(3\lambda + 2\mu)(T - T_0) \delta_{ij} \quad (2)$$

соотношения Коши

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (3)$$

уравнение притока тепла[2]

$$\lambda_0 T_{,ij} - c_\varepsilon \dot{T} - T_0 \cdot \alpha(3\lambda + 2\mu) \cdot \dot{\varepsilon}_{ij} = 0 \quad (4)$$

с начальными

$$u_i|_{t=t_0} = \varphi_i, \quad \dot{u}_i|_{t=t_0} = \psi_i, \quad T|_{t=t_0} = T_0 \quad (5)$$

и краевыми условиями

$$u_i|_{\Sigma_1} = u_i^0, \quad T|_{\Sigma} = \bar{T}_0, \quad \sigma_{ij} n_j|_{\Sigma_2} = S_i^0 \quad (6)$$

Где  $\sigma_{ij}$  – тензор напряжений,  $\varepsilon_{ij}$  – тензор деформаций,  $u_i$  – перемещения,  $T$  – температура,  $X_i$  – объёмные силы,  $\lambda, \mu$  – постоянные Ламе,  $c_\varepsilon$  – теплоемкость при постоянной температуре,  $\theta$  – шаровая часть тензора деформаций,  $\alpha$  – коэффициент теплового расширения,  $\lambda_0$  – коэффициент теплового потока,  $\rho$  – плотность,  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера.

Соотношения (1)-(3) и (4) можно переписать, соответственно в виде уравнения движения

$$\left[ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + (\lambda + \mu) \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right) - \alpha \gamma \frac{\partial T}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right]$$

$$\begin{cases} \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + (\lambda + \mu) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} \right) - \alpha \gamma \frac{\partial T}{\partial y} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ \mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + (\lambda + \mu) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial z} \right) + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - \alpha \gamma \frac{\partial T}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \end{cases} \quad (7)$$

и уравнения притока тепла относительно перемещений и температуры

$$\lambda_0 \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) - c_\varepsilon \frac{\partial T}{\partial t} - \alpha \gamma T_0 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial t} + \frac{\partial^2 w}{\partial z \partial t} \right) = 0 \quad (8)$$

### РЕЗУЛЬТАТЫ

Заменяя производные в уравнениях (7) и (8) разностными отношениями, получим

$$\begin{aligned} & (\lambda + 2\mu) \frac{u_{i+1,j,k}^n - 2u_{i,j,k}^n + u_{i-1,j,k}^n}{h_1^2} + \mu \left( \frac{u_{i,j+1,k}^n - 2u_{i,j,k}^n + u_{i,j-1,k}^n}{h_2^2} + \frac{u_{i,j,k+1}^n - 2u_{i,j,k}^n + u_{i,j,k-1}^n}{h_3^2} \right) + \\ & + (\lambda + \mu) \left( \frac{v_{i+1,j+1,k}^n - v_{i-1,j+1,k}^n - v_{i+1,j-1,k}^n + v_{i-1,j-1,k}^n}{4h_1 h_2} + \frac{w_{i+1,j,k+1}^n - w_{i-1,j,k+1}^n - w_{i+1,j,k-1}^n + w_{i-1,j,k-1}^n}{4h_1 h_3} \right) \\ & - \alpha \gamma \frac{T_{i+1,j,k}^n - T_{i-1,j,k}^n}{2h_1} = \rho \frac{u_{i,j,k}^{n+1} - 2u_{i,j,k}^n + u_{i,j,k}^{n-1}}{\tau^2} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & (\lambda + 2\mu) \frac{v_{i,j+1,k}^n - 2v_{i,j,k}^n + v_{i,j-1,k}^n}{h_2^2} + \mu \left( \frac{v_{i+1,j,k}^n - 2v_{i,j,k}^n + v_{i-1,j,k}^n}{h_1^2} + \frac{v_{i,j,k+1}^n - 2v_{i,j,k}^n + v_{i,j,k-1}^n}{h_3^2} \right) + \\ & (\lambda + \mu) \left( \frac{u_{i+1,j+1,k}^n - u_{i-1,j+1,k}^n - u_{i+1,j-1,k}^n + u_{i-1,j-1,k}^n}{4h_1 h_2} + \frac{w_{i,j+1,k+1}^n - w_{i,j-1,k+1}^n - w_{i,j+1,k-1}^n + w_{i,j-1,k-1}^n}{4h_2 h_3} \right) \\ & - \alpha \gamma \frac{T_{i,j+1,k}^n - T_{i,j-1,k}^n}{2h_2} = \rho \frac{v_{i,j,k}^{n+1} - 2v_{i,j,k}^n + v_{i,j,k}^{n-1}}{\tau^2} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & (\lambda + 2\mu) \frac{w_{i,j,k+1}^n - 2w_{i,j,k}^n + w_{i,j,k-1}^n}{h_3^2} + \mu \left( \frac{w_{i+1,j,k}^n - 2w_{i,j,k}^n + w_{i-1,j,k}^n}{h_1^2} + \frac{w_{i,j+1,k}^n - 2w_{i,j,k}^n + w_{i,j,k-1}^n}{h_2^2} \right) + \\ & + (\lambda + \mu) \left( \frac{u_{i+1,j,k+1}^n - u_{i-1,j,k+1}^n - u_{i+1,j,k-1}^n + u_{i-1,j,k-1}^n}{4h_1 h_3} + \frac{v_{i,j+1,k+1}^n - v_{i,j-1,k+1}^n - v_{i,j+1,k-1}^n + v_{i,j-1,k-1}^n}{4h_1 h_2} \right) \\ & - \alpha \gamma \frac{T_{i,j,k+1}^n - T_{i,j,k-1}^n}{2h_3} = \rho \frac{w_{i,j,k}^{n+1} - 2w_{i,j,k}^n + w_{i,j,k}^{n-1}}{\tau^2} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & \lambda_0 \left( \frac{T_{i+1,j,k}^n - 2T_{i,j,k}^n + T_{i-1,j,k}^n}{h_1^2} + \frac{T_{i,j+1,k}^n - 2T_{i,j,k}^n + T_{i,j-1,k}^n}{h_2^2} + \frac{T_{i,j,k+1}^n - 2T_{i,j,k}^n + T_{i,j,k-1}^n}{h_3^2} \right) - \\ & - c_\varepsilon \frac{T_{i,j,k}^{n+1} - T_{i,j,k}^n}{\tau} - \alpha \gamma T_0 \left( \frac{u_{i+1,j,k}^{n+1} - u_{i-1,j,k}^{n+1} - u_{i+1,j,k}^{n-1} + u_{i-1,j,k}^{n-1}}{4h_1 \tau} + \right. \\ & \left. \frac{v_{i,j+1,k}^{n+1} - v_{i,j-1,k}^{n+1} - v_{i,j+1,k}^{n-1} + v_{i,j-1,k}^{n-1}}{4h_2 \tau} + \frac{w_{i,j,k+1}^{n+1} - w_{i,j,k-1}^{n+1} - w_{i,j,k+1}^{n-1} + w_{i,j,k-1}^{n-1}}{4h_3 \tau} \right) = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

Решая разностные уравнения (9),(10),(11) и (12) относительно  $u_{i,j,k}^{n+1}, v_{i,j,k}^{n+1}, w_{i,j,k}^{n+1}$  и  $T_{i,j,k}^{n+1}$  соответственно, получаем

$$u_{i,j,k}^{n+1} = \frac{\tau^2}{\rho} ((\lambda + 2\mu) \frac{u_{i+1,j,k}^n - 2u_{i,j,k}^n + u_{i-1,j,k}^n}{h_1^2} + \mu (\frac{u_{i,j+1,k}^n - 2u_{i,j,k}^n + u_{i,j-1,k}^n}{h_2^2} + \frac{u_{i,j,k+1}^n - 2u_{i,j,k}^n + u_{i,j,k-1}^n}{h_3^2})) + (\lambda + \mu) (\frac{v_{i+1,j+1,k}^n - v_{i-1,j+1,k}^n - v_{i+1,j-1,k}^n + v_{i-1,j-1,k}^n}{4h_1h_2} + \frac{w_{i+1,j,k+1}^n - w_{i-1,j,k+1}^n - w_{i+1,j,k-1}^n + w_{i-1,j,k-1}^n}{4h_1h_3}) - \alpha\gamma \frac{T_{i+1,j,k}^n - T_{i-1,j,k}^n}{2h_1} + 2u_{i,j,k}^n - u_{i,j,k}^{n-1} \quad (13)$$

$$v_{i,j,k}^{n+1} = \frac{\tau^2}{\rho} ((\lambda + 2\mu) \frac{v_{i,j+1,k}^n - 2v_{i,j,k}^n + v_{i,j-1,k}^n}{h_2^2} + \mu (\frac{v_{i+1,j,k}^n - 2v_{i,j,k}^n + v_{i-1,j,k}^n}{h_1^2} + \frac{v_{i,j,k+1}^n - 2v_{i,j,k}^n + v_{i,j,k-1}^n}{h_3^2})) + (\lambda + \mu) (\frac{u_{i+1,j+1,k}^n - u_{i-1,j+1,k}^n - u_{i+1,j-1,k}^n + u_{i-1,j-1,k}^n}{4h_1h_2} + \frac{w_{i,j+1,k+1}^n - w_{i,j-1,k+1}^n - w_{i,j+1,k-1}^n + w_{i,j-1,k-1}^n}{4h_2h_3}) - \alpha\gamma \frac{T_{i,j+1,k}^n - T_{i,j-1,k}^n}{2h_2} + 2v_{i,j,k}^n - v_{i,j,k}^{n-1} \quad (14)$$

$$w_{i,j,k}^{n+1} = \frac{\tau^2}{\rho} ((\lambda + 2\mu) \frac{w_{i,j,k+1}^n - 2w_{i,j,k}^n + w_{i,j,k-1}^n}{h_3^2} + \mu (\frac{w_{i+1,j,k}^n - 2w_{i,j,k}^n + w_{i-1,j,k}^n}{h_1^2} + \frac{w_{i,j+1,k}^n - 2w_{i,j,k}^n + w_{i,j-1,k}^n}{h_2^2})) + (\lambda + \mu) (\frac{u_{i+1,j,k+1}^n - u_{i-1,j,k+1}^n - u_{i+1,j,k-1}^n + u_{i-1,j,k-1}^n}{4h_1h_3} + \frac{v_{i,j+1,k+1}^n - v_{i,j-1,k+1}^n - v_{i,j+1,k-1}^n + v_{i,j-1,k-1}^n}{4h_1h_2}) - \alpha\gamma \frac{T_{i,j,k+1}^n - T_{i,j,k-1}^n}{2h_3} + 2w_{i,j,k}^n - w_{i,j,k}^{n-1} \quad (15)$$

$$T_{i,j,k}^{n+1} = \frac{\tau}{c_\varepsilon} (\lambda_0 (\frac{T_{i+1,j,k}^n - 2T_{i,j,k}^n + T_{i-1,j,k}^n}{h_1^2} + \frac{T_{i,j+1,k}^n - 2T_{i,j,k}^n + T_{i,j-1,k}^n}{h_2^2} + \frac{T_{i,j,k+1}^n - 2T_{i,j,k}^n + T_{i,j,k-1}^n}{h_3^2}) - \alpha\gamma T_0 (\frac{u_{i+1,j,k}^{n+1} - u_{i-1,j,k}^{n+1} - u_{i+1,j,k}^{n-1} + u_{i-1,j,k}^{n-1}}{4h_1\tau} + \frac{v_{i,j+1,k}^{n+1} - v_{i,j-1,k}^{n+1} - v_{i,j+1,k}^{n-1} + v_{i,j-1,k}^{n-1}}{4h_2\tau} + \frac{w_{i,j,k+1}^{n+1} - w_{i,j,k-1}^{n+1} - w_{i,j,k+1}^{n-1} + w_{i,j,k-1}^{n-1}}{4h_3\tau})) + T_{i,j,k}^n \quad (16)$$

Уравнения (13)-(16) позволяют найти значения перемещений и температуры на слое (n+1) если известны значения перемещений на двух предыдущих слоях. Значения перемещений на двух начальных слоях (n=0, n=1) можно найти из начальных условий

$$u_{i,j,k}^0 = \varphi_1(x_i, y_j, z_k), v_{i,j,k}^0 = \varphi_2(x_i, y_j, z_k), w_{i,j,k}^0 = \varphi_3(x_i, y_j, z_k), T_{i,j,k}^0 = T_0 \quad (17)$$

Уравнение (13) при n=0 принимает вид

$$\begin{aligned}
 u_{i,j,k}^1 = & \frac{\tau^2}{\rho} \left( (\lambda + 2\mu) \frac{u_{i+1,j,k}^0 - 2u_{i,j,k}^0 + u_{i-1,j,k}^0}{h_1^2} + \mu \left( \frac{u_{i,j+1,k}^0 - 2u_{i,j,k}^0 + u_{i,j-1,k}^0}{h_2^2} + \frac{u_{i,j,k+1}^0 - 2u_{i,j,k}^0 + u_{i,j,k-1}^0}{h_3^2} \right) \right) + \\
 & + (\lambda + \mu) \left( \frac{v_{i+1,j+1,k}^0 - v_{i-1,j+1,k}^0 - v_{i+1,j-1,k}^0 + v_{i-1,j-1,k}^0}{4h_1h_2} + \frac{w_{i+1,j,k+1}^0 - w_{i-1,j,k+1}^0 - w_{i+1,j,k-1}^0 + w_{i-1,j,k-1}^0}{4h_1h_3} \right) \\
 & - \alpha\gamma \frac{T_{i+1,j,k}^0 - T_{i-1,j,k}^0}{2h_1} + 2u_{i,j,k}^0 - u_{i,j,k}^{-1}
 \end{aligned} \tag{18}$$

Заменяя в начальном условии  $\dot{u}_i|_{t=t_0} = \psi_i$  производную разностным отношением получим

$$\frac{u_{i,j,k}^1 - u_{i,j,k}^{-1}}{2h_1} = \psi_1(x_i, y_j, z_k) \quad \text{или} \quad u_{i,j,k}^1 = 2h_1\psi_1(x_i, y_j, z_k) + u_{i,j,k}^{-1} \tag{19}$$

Исключив из уравнений (18),(19) значения  $u_{i,j,k}^{-1}$ , получим

$$\begin{aligned}
 u_{i,j,k}^1 = & \frac{\tau^2}{2\rho} \left( (\lambda + 2\mu) \frac{u_{i+1,j,k}^0 - 2u_{i,j,k}^0 + u_{i-1,j,k}^0}{h_1^2} + \mu \left( \frac{u_{i,j+1,k}^0 - 2u_{i,j,k}^0 + u_{i,j-1,k}^0}{h_2^2} + \frac{u_{i,j,k+1}^0 - 2u_{i,j,k}^0 + u_{i,j,k-1}^0}{h_3^2} \right) \right) + \\
 & + (\lambda + \mu) \left( \frac{v_{i+1,j+1,k}^0 - v_{i-1,j+1,k}^0 - v_{i+1,j-1,k}^0 + v_{i-1,j-1,k}^0}{4h_1h_2} + \frac{w_{i+1,j,k+1}^0 - w_{i-1,j,k+1}^0 - w_{i+1,j,k-1}^0 + w_{i-1,j,k-1}^0}{4h_1h_3} \right) \\
 & - \alpha\gamma \frac{T_{i+1,j,k}^0 - T_{i-1,j,k}^0}{2h_1} + u_{i,j,k}^0 + h_1\psi_1(x_i, y_j, z_k)
 \end{aligned} \tag{20}$$

Аналогичным способом находится значения функций  $v$  и  $w$  на первом слое. Значения температуры  $T$  на первом слое можно найти заменяя в (16) смешанные производные другими разностными отношениями

$$\begin{aligned}
 T_{i,j,k}^1 = & \frac{\tau}{c_\varepsilon} \left( \lambda_0 \left( \frac{T_{i+1,j,k}^0 - 2T_{i,j,k}^0 + T_{i-1,j,k}^0}{h_1^2} + \frac{T_{i,j+1,k}^0 - 2T_{i,j,k}^0 + T_{i,j-1,k}^0}{h_2^2} + \frac{T_{i,j,k+1}^0 - 2T_{i,j,k}^0 + T_{i,j,k-1}^0}{h_3^2} \right) - \right. \\
 & - \alpha\gamma T_0 \left( \frac{u_{i+1,j,k}^1 - u_{i-1,j,k}^1 - u_{i+1,j,k}^0 + u_{i-1,j,k}^0}{2h_1\tau} + \frac{v_{i,j+1,k}^1 - v_{i,j-1,k}^1 - v_{i,j+1,k}^0 + v_{i,j-1,k}^0}{2h_2\tau} + \right. \\
 & \left. \left. + \frac{w_{i,j,k+1}^1 - w_{i,j,k-1}^1 - w_{i,j,k+1}^0 + w_{i,j,k-1}^0}{2h_3\tau} \right) \right) + T_{i,j,k}^0
 \end{aligned} \tag{21}$$

На последующих слоях  $n = 2, 3, \dots$  значения перемещений и температуры находятся соответственно из уравнений (13)-(15) и (16).

В рассмотренном методе была использована явная разностная схема. Если, в первых слагаемых уравнений (9-12) верхний индекс  $n$  заменить на  $n+1$  сеточные уравнения становятся неявными и удобны для применения метода прогонки[4] соответственно по  $u, v, w$  и  $T$ . Значения перемещений и температуры на двух первоначальных слоях находятся из начальных и краевых условий.

### ОБСУЖДЕНИЕ

Тестовая задача: В качестве примера решалась связанная задача термоупругости (1-б) явным методом (методом сеток) и методом прогонки, при следующих начальных и граничных условиях:

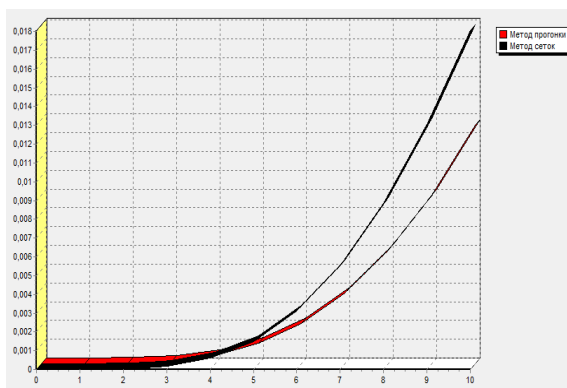
$$u(x, y, z, t)|_{t=0} = 0, v(x, y, z, t)|_{t=0} = 0, w(x, y, z, t)|_{t=0} = 0 \quad T(x, y, z, t)|_{t=0} = T_0,$$

$$u(x, y, z, t)|_r = 0, v(x, y, z, t)|_r = 0, w(x, y, z, t)|_r = 0,$$

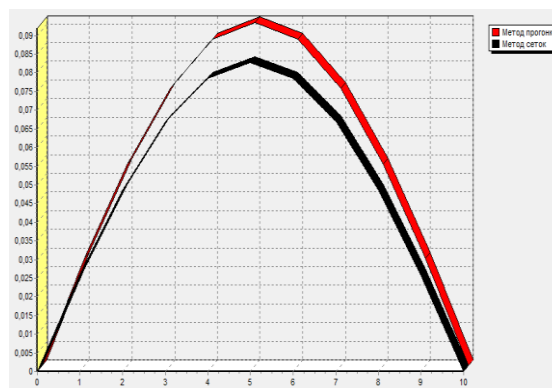
$$T(x, y, z, t)|_{x=0} = T_0 + T_0 \sin(\pi y(j)) \sin(\pi z(k)), \quad T(x, y, z, t)|_{x=l} = T_0 + T_0 \sin(\pi y(j)) \sin(\pi z(k))$$

$$T(x, y, z, t)|_{y=0} = T_0, \quad T(x, y, z, t)|_{y=l_2} = T_0, \quad T(x, y, z, t)|_{z=0} = T_0, \quad T(x, y, z, t)|_{z=l_3} = T_0$$

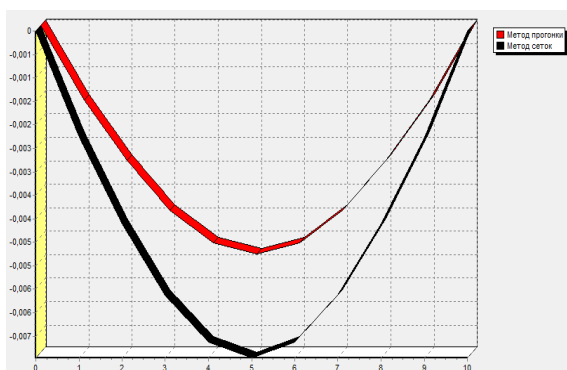
при следующих константах  $\lambda_0 = 0.6, \lambda = 0.9, \mu = 0.5, \alpha = 0.05, Ce = 3.5, T_0 = 10, h_1 = 0.1, h_2 = 0.1, h_3 = 0.1, \tau = 0.01, \rho = 1, \ell_1 = \ell_2 = \ell_3 = 1, \lambda_0 = 0.6$



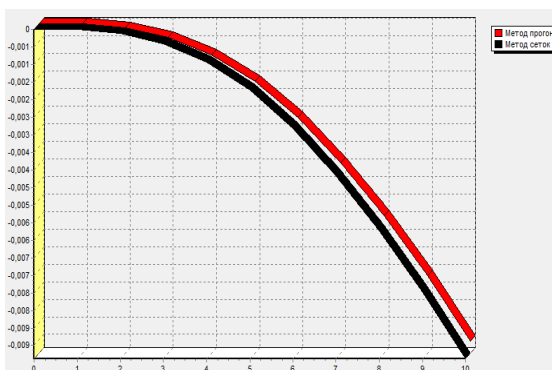
Распределение перемещения по времени ( $u(x,y,z,t)$  по  $t(k)$ ) при  $x=0.2; y=0.3; z=0.3$



Распределение перемещения по оси OY ( $u(x,y,z,t)$  по  $y(i)$ ) при  $x=0.2; z=0.3; t=0.1$



Распределение перемещения по оси OZ ( $v(x,y,z,t)$  по  $z(k)$ ) при  $x=0.2; y=0.1; t=0.08$



Распределение перемещения по времени ( $v(x,y,z,t)$  по  $t(k)$ ) при  $x=0.1; y=0.2; z=0.5$

### ВЫВОДЫ

На рисунках показаны распределение перемещений по различным сечения параллелепипеда относительно координатным осям и времени. Сравнения численных результатов полученных по рассмотренным двум методам, показывают, что они достаточны близки.

### REFERENCES

1. Абдураимов Д. Э. Ў., Адиллов А. Н., Турдиев А. П. Ў. АНИЗОТРОП ВА ИЗОТРОП ЖИСМЛАР УЧУН ТЕРМОЭЛАСТИК БОҒЛИҚ МАСАЛАНИНГ ИККИ ЎЛЧОВЛИ ҲОЛАТДАГИ МАТЕМАТИК МОДЕЛИ //Scientific progress. – 2021. – Т. 1. – №. 5. – С. 449-453.
2. Абдураимов, Достонбек Эгамназар Ўғли, Малика Норкуловна Норматова, and Рената Фидановна Монасипова. "ЛИБМАН ТИПИДАГИ ИТЕРАЦИН УСУЛНИ ЭЛАСТИКЛИК НАЗАРΙΑСИ МАСАЛАСИГА ҚЎЛЛАШНИНГ МАТЕМАТИК МОДЕЛИ." *Science and Education* 2.1 (2021): 15-20.
3. Нуркулов Ж. А. Ў. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ ПО ПРОТОКОЛАМ В КОРПОРАТИВНОЙ СЕТИ //Science and innovation. – 2022. – Т. 1. – №. А3. – С. 158-163.
4. Культин Н.Б. С++Builder в задачах и примерах.-СПб.: БХВ-Петербург, 2005.-336 с.